

# 조합형 고정점 알고리즘에 의한 신경망 기반 독립성분분석

조 옹 현<sup>†</sup>

요 약

본 연구에서는 신경망 기반 독립성분분석의 분리성능을 개선하기 위해 할선법과 모멘트의 조합형 고정점 알고리즘을 제안하였다. 할선법은 독립성분 상호간의 정보를 최소화하는 목적함수의 근을 근사적으로 구함으로써 계산과정을 단순화하여 좀 더 개선된 분리성능을 얻기 위함이고, 모멘트는 계산과정에서 발생하는 발진을 억제하여 보다 빠른 분리속도를 얻기 위함이다. 이렇게 하면 할선법이 가지는 근사성에 따른 우수성과 과거의 속성을 반영하여 발진을 억제하는 모멘트의 우수성을 동시에 살릴 수 있다. 제안된 알고리즘을 256×256 픽셀의 8개 지문과 512×512 픽셀의 10개 영상으로부터 임의의 혼합행렬에 따라 생성된 복합지문과 복합영상을 각각 대상으로 시뮬레이션 한 결과, 뉴턴법에 기초한 기존의 알고리즘과 할선법만에 기초한 알고리즘보다 각각 우수한 분리율과 빠른 분리속도가 있음을 확인하였다. 또한 할선법의 이용은 뉴턴법을 이용한 고정점 알고리즘보다 초기값에도 덜 의존하며, 문제의 규모가 커짐에 따른 비현실적인 분리시간도 해결할 수 있음을 확인하였다.

## Independent Component Analysis Based on Neural Networks Using Hybrid Fixed-Point Algorithm

Yong-Hyun Cho<sup>†</sup>

### ABSTRACT

This paper proposes an efficient hybrid fixed-point (FP) algorithm for improving performances of the independent component analysis (ICA) based on neural networks. The proposed algorithm is the FP algorithm based on secant method and momentum for ICA. Secant method is applied to improve the separation performance by simplifying the computation process for estimating the root of objective function, which is to minimize the mutual informations of the independent components. The momentum is applied for high-speed convergence by restraining the oscillation in the process of converging to the optimal solution. It can simultaneously achieve a superior properties of the secant method and the momentum. The proposed algorithm has been applied to the composite fingerprints and the images generated by random mixing matrix in the 8 fingerprints of 256×256-pixel and the 10 images of 512×512-pixel, respectively. The simulation results show that the proposed algorithm has better performances of the separation speed and rate than those using the FP algorithm based on Newton and secant method. Especially, the secant FP algorithm can be solved the separating performances depending on initial points settings and the nonrealistic learning time for separating the large size images by using the Newton FP algorithm.

**키워드 :** 신경망(Neural Networks), 주요성분분석(Principal Component Analysis), 독립성분분석(Independent Component Analysis), 뉴턴(Newton)법, 할선(Secant)법, 모멘트(Momentum)

### 1. 서 론

통계학, 신호처리, 그리고 신경망 등에서 적당한 변환에 의하여 알맞은 데이터의 표현을 찾기 위해 일반적으로 선형변환을 이용한다. 선형변환의 이용은 문제를 계산적으로나 개념적으로 좀 더 간단하게 만들 수 있기 때문이다. 여러 가지 방법과 원리들이 적당한 선형변환을 찾기 위해서 개발되었으나, 그 중에서도 주요성분분석(principal component analysis : PCA)이 가장 널리 이용되고 있다[1-4]. 이는 데이터의 차원을 감소시키는 선형변환 기법으로 공분산(covariance)을 이용하는 2차원 방법이다[3]. PCA는 입력 데

이터의 공분산에 의해 결정되는 정규직교기저(orthonormal basis)로 표현되며, 가우스(Gaussian) 변수의 모든 정보는 공분산행렬 내에 포함되기 때문에 가우스 분포의 입력 데이터에 대해서는 적당한 것이다. 하지만 일반적으로 통신이나 신호 및 영상 처리 등에서의 입력 데이터에는 비가우스 분포도 있으며, 이러한 경우에도 효과적으로 적용될 수 있는 선형변환 기법의 연구가 요구된다.

최근 PCA의 제약을 해결하기 위한 대안으로 독립성분분석(independent component analysis : ICA)이 제안되었으며, 이는 데이터의 통계적 성질을 고려한 선형변환 기법으로 데이터의 분포정보를 이용하는 다차원 방법이다[5-10]. 하지만 알려진 수치적 기법의 ICA 알고리즘들에서는 데이터의 통계적 독립성을 판정하기 위해 확률밀도함수와 역행렬을

<sup>†</sup> 정 회 원 : 대구가톨릭대학교 컴퓨터정보통신공학부 교수  
논문접수 : 2002년 6월 19일, 심사완료 : 2002년 9월 10일

구한다든지 고차원의 cumulant나 모멘트(moment)를 구하는 등 복잡한 계산이 요구된다. 특히 ICA에서 신호모델을 추정하는 것은 혼합된 출력신호들 사이에 포함된 정보만을 이용하여 혼합행렬을 추정하는 것으로 이를 위해 출력신호 상호간의 결합밀도함수(joint density function)를 이용하며, 그 함수의 계산은 매우 복잡하다.

독립성에 근거를 둔 수학적 기법의 ICA 방법들이 많이 연구되어 왔으나, 지금까지 대부분의 연구에서는 독립성분 사이의 비관계성을 추정하기 위하여 비가우시성(nongaussianity)을 이용하고 있다[5, 7-10]. 이러한 비가우시성의 고전적인 척도로 kurtosis(4차 cumulant)를 이용하는 방법이 있으나, 이들은 견실한 척도가 되지 못하는 제약이 있다. kurtosis가 가지는 제약을 해결하기 위해서 정보이론에 기초한 엔트로피(entropy)를 이용한 negentropy방법이 제안[8-10] 되었으며, 이 방법에서도 확률밀도함수의 계산이 요구되어 계산이 대단히 어려운 제약을 가진다. 또 다른 방법으로는 정보이론에 입각한 상호정보의 최소화로 negentropy를 최대화하는 방향을 찾는 방법이 제안되었다[7-10]. 이 방법은 궁극적으로 Kullback-Leibler 발산을 최소화하는 것으로 여기에서도 신호의 공분산을 구해야 하는 제약이 있다. 한편, 지금까지 제시된 방법들에 비해 상대적으로 간단한 계산량을 가지는 informax 원리에 기초를 둔 maximum likelihood 추정법을 이용한 방법도 제안되었다[7-10]. 여기에서는 독립성분의 성질에 대한 정보가 매우 나쁜 결과를 초래하는 위험성이 내포되어 있다. 이상에서 제시된 방법들은 결합밀도함수나 확률밀도함수 또는 공분산의 계산 및 잘못된 추정에 따른 위험성 등의 제약을 가지며, 문제의 규모가 커질수록 계산량은 기하급수적으로 증가되고 그에 따른 계산의 복잡성과 소요시간도 증가되어 비현실적이다.

한편 복잡한 계산이 요구되는 수치적 기법의 대안으로 최근 입력과 출력사이에 선형성을 가지는 간단한 신경망을 이용하여 해결하려는 연구가 활발하게 진행되고 있다[6-8]. 이는 신경망이 대규모의 병렬계산과 분산된 국부적 계산의 특성을 가져 통계적인 기법이나 계산·이론적인 방법의 문제들도 해결할 수 있는 속성이 있기 때문이다. 지금까지 발표된 신경망을 이용한 ICA방법으로는 엔트로피를 최소화하는 것에 기초를 둔 고정점(fixed point : FP) 알고리즘, 비선형 PCA에 기초한 recursive least square 알고리즘, 결합엔트로피를 최대화하기 위하여 확률적 기울기를 이용하는 Bell & Sejnowski(BS) 알고리즘, BS 알고리즘에서 확률적 기울기 대신 자연기울기(natural gradient)를 이용한 자연기울기 알고리즘 등이 제안되었다[6-10]. 여기에서 결합엔트로피를 최대화하는 알고리즘은 원 신호를 더 잘 근사화 하지만 기울기의 변화를 위한 학습율과 같은 파라미터의 설정이 경험적이다. 특히 학습과정에서 학습율의 설정에 따라서는 그 수렴이 느려지거나 알고리즘이 수렴되지 않는 경우도 발생된다. 따라서 이런 제약들을 해결하면서도 신경망이 가지는 병렬

성과 분산성, 그리고 더 작은 메모리 요구 등의 속성을 가지는 FP 알고리즘이 제안되었다[6, 7]. FP 알고리즘은 엔트로피 최적화 방법으로부터 유도된 기법으로 뉴턴(Newton)법에 기초를 두고 있으며, 그 수렴속도는 적어도 2차 함수정도로 지금까지 알려진 기법중 가장 빠른 분리속도를 가진다.

본 연구에서는 신경망 기반 독립성분분석을 위한 효율적인 조합형 고정점 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘은 할선법(secant)[11]과 모멘트를 조합한 고정점 알고리즘의 독립성분분석이다. 할선법은 FP 알고리즘에서 독립성분 상호간의 정보를 최소화하는 목적함수의 근을 근사적으로 구함으로써 계산과정을 보다 단순화하여 개선된 분리성능을 얻기 위함이고, 모멘트는 계산과정에서 발생하는 발진을 억제하여 보다 빠른 분리속도를 얻기 위함이다. 제안된 고정점 알고리즘의 독립성분분석 기법을 256×256 픽셀을 가지는 8개의 지문과 512×512 픽셀을 가지는 10개의 영상으로부터 임의의 혼합행렬에 따라 발생하는 복합지문과 복합영상들을 각각 대상으로 시뮬레이션한 후 그 타당성을 확인하였으며, 뉴턴법 및 할선법의 알고리즘 각각의 결과들과도 비교·고찰하였다.

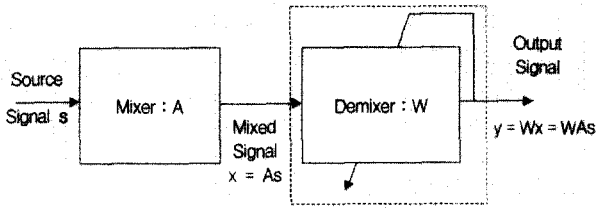
## 2. 독립성분분석과 고정점 알고리즘

PCA가 가우스 분포를 가지는 신호들간의 상관성을 나타내는 공분산행렬을 이용한 2차 선형변환 기법이라면, ICA는 공분산행렬에 포함되지 않는 데이터의 비가우시 분포 즉, 군집성이나 독립성을 가지는 변수에 대한 고차통계에 기초한 다차원 변환기법으로 PCA를 확장시킨 것이다[8-10]. 따라서 ICA는 PCA보다 분포 데이터의 속성을 더욱 더 잘 나타낸다.

ICA는  $m$ 개의 입력신호  $s$ 가 선형적으로 혼합된  $n$ 개의 신호  $x$ 가 알려져 있을 때, 혼합된 신호로부터 역으로  $m$ 개의 독립인 입력신호를 찾는 기법이다. 여기서 입력신호들을 혼합하는데 이용된 혼합행렬  $A$ 는 알려져 있지 않으며, 혼합과정에서 잡음  $n$ 이 추가 될 수도 있다. 이때 복합신호와 입력신호 사이의 관계는 식 (1)로 정의된다.

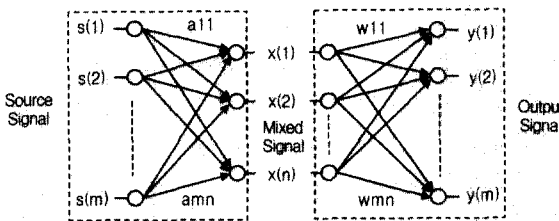
$$x = As + n = \sum_{i=1}^m s(i) a(i) + n \quad (1)$$

여기서 잡음  $n$ 은 보통 입력신호와 구별되지 않기 때문에 생략할 수도 있으며,  $A = [a(1), a(2), \dots, a(m)]$ 으로  $a(i)$ 는 ICA의 기저벡터(basis vector)이다. 결국 ICA는 알려진 혼합신호  $x$ 로부터 혼합행렬의 역행렬  $A^{-1}$ 을 찾는 기법이다. 이상의 관계를 요약하면 (그림 1)과 같다. 그림에서 보면 혼합기(mixer)의 출력신호인 복합신호는 알 수 있으나 혼합기의 특성인  $A$ 와 입력신호인 원 신호  $s$ 는 알려져 있지 않다. 결과적으로 입력신호와 출력신호가 일치하도록 하는 즉,  $y = Wx = WAs$ 에서  $WA = I$ , 곧  $W = A^{-1}$ 의 관계를 만족토록 하는 것이다.



(그림 1) ICA를 위한 구성도

(그림 1)을 바탕으로 혼합행렬  $A$ 와 역혼합행렬  $W$ 에 대하여 좀 더 상세히 살펴보면 다음 (그림 2)와 같은 구성도로 나타낼 수 있다. 그림에서  $x = As$ 이고,  $y = Wx$ 이다. 이때 ICA는 출력신호  $y$ 의 각 요소들이 통계적으로 독립성을 유지해야 하며 직교성의 제약조건은 포함하지 않는다. 그림에서 보면 ICA는 혼합행렬과 일치하는 역혼합행렬을 찾는 과정에서 출력신호가 독립성을 가지도록 하는 기법이다. 따라서 ICA는 알려진 혼합신호  $x$ 로부터 출력신호  $y$ 를 찾는 기법으로 궁극적으로는 역혼합행렬  $W$ 를 찾아서 원 신호  $s$ 의 근사값을 알아내는 것이다. 역혼합행렬  $W$ 의 추정은 이를 포함하는 목적함수(objective function)를 정의하여 최적화 함으로써 이루어진다. 이때 신호의 1차와 2차의 통계성에 따른 상관성을 고려하기 위한 별도의 전처리된 혼합신호를 이용하면 좀 더 효과적으로 ICA를 수행할 수 있다.



(그림 2) 혼합행렬과 역혼합행렬의 상세 설명도

한편, 신호의 통계성에 따른 상관성을 고려하여 좀 더 효율적인 ICA를 수행하기 위하여 영평균(zero-mean)과 whitening의 전처리 과정을 이용한다[6-10]. 먼저, 신호의 영평균은 데이터의 1차적 통계성을 고려한 정규화로 학습알고리즘을 간략하게 하는 기법이다. 이는 혼합신호 벡터  $x$ 에서 평균값  $\bar{x}$ 를 뺀 차를 구함으로써 간단하게 구할 수 있다. 즉, 영평균된 새로운 데이터 벡터  $x$ 는 식 (2)와 같다.

$$x = x - \bar{x} \tag{2}$$

한편 데이터의 2차적 통계성을 고려하여 상호간의 의존성을 줄이기 위한 기법으로 whitening이 이용되고 있다. whitening은 데이터 벡터  $x$ 의 공분산행렬이 단위 행렬값 즉,  $E\{xx^T\} = I$ 가 되도록 함으로써 구할 수 있다. 이렇게 하면 복합신호들 상호간의 상관성이 줄어들어 좀 더 강한 독립성분의 신호가 된다. 일반적으로 whitening을 위한 여러 방법들이 알려져 있으나 그 중에서도 PCA를 이용할 수 치적

기법[6-10]이 널리 이용되고 있으며, PCA whitening 행렬  $V$ 는 식 (3)과 같이 정의된다.

$$V = D^{(-1/2)} E^T \tag{3}$$

여기서  $D$ 는 고유값(eigen value)  $\lambda$ 로 구성되는 대각행렬이며,  $E$ 는 고유벡터(eigen vector)  $c$ 로 구성되는 직교행렬이다. PCA whitening이 가지는 장점은 이미 잘 알려진 표준 소프트웨어를 이용할 수 있으며, 또 다른 장점으로는 PCA가 원 신호, 즉 독립성분의 개수를 추정하는 편리한 수단이 되기 때문이다. 본 연구에서는 복합신호와 복합영상을 영평균하고, 전술한 장점들을 가지는 표준 PCA 기법으로 데이터를 whitening하여 ICA에 이용하였다.

한편 결합엔트로피를 최대화하는 신경망 기반 독립성분분석 기법들에서 기울기의 변화를 조정하기 위해 학습율을 이용한다[7, 8]. 하지만 이들 기법에서는 학습율의 설정에 따라 그 수렴속도가 느려지거나 경우에 따라서는 알고리즘이 수렴되지 않는 경우도 발생된다. 한편 엔트로피 최적화 방법으로부터 유도된 FP 알고리즘은 지금까지 알려진 기법 중 가장 빠른 학습속도를 가진 알고리즘으로 신호 내에 포함된 상호정보를 최소화함으로써 ICA의 해를 구하는 기법이다[6].

상호정보는 랜덤변수 상호간 독립성의 정보이론적 척도로 ICA 변환을 찾기 위한 판별로서 이용될 수 있다. 일반적으로 변수들 상호간의 정보를 나타내는 상호정보는 비가우스성의 척도로 이용되는 negentropy로 정의된다.  $n$ 개의 랜덤변수 벡터  $y = (y_1, \dots, y_n)^T$ 를 위한 negentropy  $J(y)$ 는 식 (4)와 같다.

$$J(y) = H(y_{\text{gauss}}) - H(y) \tag{4}$$

여기서  $H(y)$ 는 랜덤변수  $y$ 의 엔트로피이고,  $y_{\text{gauss}}$ 는 가우스 랜덤벡터이다. 이때 negentropy  $J(y)$ 를 이용한 상호무관(decorrelation)한  $n$ 개 랜덤변수  $y_i (i = 1, \dots, n)$  사이의 상호정보  $I(y_1, y_2, \dots, y_n)$ 는 식 (5)로 표현된다.

$$I(y_1, y_2, \dots, y_n) = J(y) - \sum_{i=1}^n J(y_i) \tag{5}$$

결국 ICA를 위한 랜덤변수간의 독립성을 최대화하는 것은 식 (5)로 정의되는 상호정보  $I(y_1, y_2, \dots, y_n)$ 를 최소화하는 것이며, 이는 식 (4)의 negentropy를 최대화하는 것이다. 여기서 negentropy의 최대화는 식 (5)의 우측 2번째 항의 최대화로 가능하다. 이를 위한 근사식으로 최대 엔트로피 원리를 이용하면 식 (6)과 같다.

$$J(y_i) \approx c [E\{G(y_i)\} - E\{G(\nu)\}]^2 \tag{6}$$

여기서  $G(\cdot)$ 와  $c$ 는 각각 비2차(non-quadratic) 함수와 상수이고,  $\nu$ 는 평균이 0이고 분산이 1인 표준화된 가우스 변수이며, 랜덤변수  $y_i$ 도 평균이 0이고 분산이 1인 변수로 가

정한다. negentropy의 근사화를 위한 식 (6)은 ICA 변환을 추정하기 위한 목적함수로 이용될 수 있다. 따라서 ICA에서 독립변수들의 상호간 무관성을 고려하여 하나의 독립성분  $y_i = \mathbf{W}^T \mathbf{x}$ 를 찾기 위한 목적함수  $J_G(\mathbf{W})$ 는 식 (7)과 같다.

$$J_G(\mathbf{W}) = [E\{G(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} - E\{G(\nu)\}]^2 \quad (7)$$

이를 전체  $n$ 개의 독립성분 모두에 대해서 확장하면 식 (8)이 된다.

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \sum_{i=1}^n J_G(\mathbf{w}_i) \quad \text{w.r.t. } \mathbf{w}_i, i = 1, 2, \dots, n \\ & \text{subject to } E\{(\mathbf{w}_k^T \mathbf{x})(\mathbf{w}_j^T \mathbf{x})\} = \delta_{jk} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $\mathbf{w}_i$ 는 역혼합행렬  $\mathbf{W}$ 의 행벡터 중 하나이며, ICA 변환은  $\mathbf{s} = \mathbf{W}\mathbf{x}$ 로 얻어진다. 결국 식 (7)이나 식 (8)로 정의된 ICA를 위한 목적함수를 최대화하는 방법이 요구된다. 이를 위한 가장 간단한 알고리즘은 기울기하강(gradient descent)에 기초를 둔 기법들이다[8-10]. 하지만 이들 알고리즘에서는 학습율의 설정에 따라서는 수렴이 느리거나 학습이 이루어지지 않는 제약들이 있다. 이 방법에 기초한 알고리즘들의 제약들을 해결하기 위한 대안으로 FP 알고리즘이 제안되었다[5-9].

FP 알고리즘은 알고리즘의 한 단계에 많은 수의 데이터들이 이용되는 일괄처리의 계산으로 신경망의 학습을 위한 알고리즘이다[6]. 데이터 벡터  $\mathbf{x}$ 가 상관행렬  $E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} = \mathbf{I}$ 로 whitening되어 있다고 가정할 때, 하나의 독립성분을 위한 식 (7)로부터 FP 알고리즘을 유도하면 다음과 같다. 식 (7)에서  $J_G(\mathbf{W})$ 의 최대화는 반드시  $E\{G(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\}$ 의 최적에서 얻어진다. 이때 Kuhn-Tucker 조건으로부터,  $E\{(\mathbf{W}^T \mathbf{x})^2\} = \|\mathbf{W}\|^2 = 1$  조건하에서  $E\{G(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\}$ 의 최적은 다음 식 (9)로 정의되는 방정식으로부터 구해질 수 있다.

$$E\{\mathbf{x}g(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} - \beta \mathbf{W} = 0 \quad (9)$$

여기서  $g(\cdot)$ 는 비2차 함수  $G$ 의 미분이고,  $\beta = E\{\mathbf{W}_0^T \mathbf{x}g(\mathbf{W}_0^T \mathbf{x})\}$ 인 상수이며,  $\mathbf{W}_0$ 는  $\mathbf{W}$ 의 최적값이다. 따라서 식 (9)의 근을 구하기 위해 빠른 수렴속도를 가지는 뉴우턴법[11]을 도입한다. 뉴우턴법은 충분히 정확한 초기값이 설정되었을 때 항상 근에 수렴한다. 이를 위해 식의 좌변 항을  $F(\mathbf{W})$ 로 나타내고, 그것의 Jacobian matrix  $JF(\mathbf{W})$ 를 구하면 다음 식 (10)과 같다.

$$JF(\mathbf{W}) = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T g'(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} - \beta \mathbf{I} \quad (10)$$

한편 데이터 벡터  $\mathbf{x}$ 는 이미 whitening되어 있어 뉴우턴법에 의해 해를 구하는데 이용되는  $JF(\mathbf{W})$ 의 역행렬 계산을 간단하게 하기 위해 식 (10)의 우변 첫째 항을 식 (11)과 같이 근사화할 수 있다.

$$E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T g'(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} E\{g'(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} = E\{g'(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} \mathbf{I} \quad (11)$$

식 (11)을 식 (10)에 대입하면 Jacobian matrix는 대각선 행렬이 되어 쉽게 역행렬을 계산할 수 있다. 따라서  $\beta$ 를  $\mathbf{W}_0$  대신에  $\mathbf{W}$ 의 현재 값으로 나타내어 근사화된 반복기법으로 근인 역혼합행렬  $\mathbf{W}$ 를 구하는 뉴우턴법은 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{W}' &= \mathbf{W} - [E\{\mathbf{x}g(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} - \beta \mathbf{W}] / [E\{g'(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} - \beta], \\ \mathbf{W}^* &= \mathbf{W}' / \|\mathbf{W}'\| \end{aligned} \quad (12)$$

여기서  $\mathbf{W}'$ 는  $\mathbf{W}$ 가 새롭게 경신된 값이고,  $\beta = E\{\mathbf{W}^T \mathbf{x}g(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\}$ 이다. 결국 식 (12)는 뉴우턴법에 기초를 둔 ICA를 위한 FP 알고리즘이다. 또한 식 (12)의 뒷식 양쪽에  $\beta - E\{g'(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\}$ 를 곱해 구해지는 더욱 간단한 뉴우턴법의 FP 알고리즘은 식 (13)으로 표현된다.

$$\mathbf{W}^* = E\{\mathbf{x}g(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} - E\{g'(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} \mathbf{W}, \quad \mathbf{W}' = \mathbf{W}^* / \|\mathbf{W}^*\| \quad (13)$$

지금까지 유도된 FP 알고리즘에서는 역혼합행렬  $\mathbf{W}$ 의 경신을 위한 비선형 방정식을 푸는데 뉴우턴법을 이용하고 있다. 이는 방정식의 해를 직접적으로나 단순한 방법으로 구할 수 없을 때 쉽게 해결할 수 있는 다른 문제로 근사화하는 방법이다[11]. 뉴우턴법은 주어진 정확도를 달성하는데 걸리는 반복수가 적어 빠른 학습속도를 가지나 계산과정에 1차 미분인 식 (10)의 Jacobian matrix  $JF(\mathbf{W})$ 의 계산이 요구되어 계산시간이 상대적으로 길어지는 제약이 있다. 특히 뉴우턴법에서는 함수의 성질에 따라 그 수렴시간이 증가하거나 우함수인 경우에는 근에 수렴하지 못하고 발산하는 속성이 있다. 또한 이 기법에서는 기울기인 도함수 값이 0에 수렴할 경우 역혼합행렬  $\mathbf{W}$ 의 계산과정에서 0으로 나누어지는 결과가 발생되어 비현실적인 수렴현상도 일어날 수 있다. 따라서 뉴우턴법에서 발생하는 계산의 복잡성을 줄이고 수렴제약들을 해결할 수만 있다면 좀 더 빠른 효과적인 FP 알고리즘의 ICA를 수행할 수 있을 것이다.

### 3. 조합형 고정점 알고리즘

기존의 FP 알고리즘에서는 역혼합행렬의 경신을 위한 비선형 방정식을 푸는데 뉴우턴법을 이용하고 있다. 여기에서는 Jacobian matrix의 계산이 요구되며, 식의 속성에 따라 그 수렴시간이 증가하거나 우함수인 경우에는 근에 수렴하지 못하고 발산하는 등의 제약이 있다. 따라서 계산의 복잡성을 줄이고 수렴제약들을 해결할 수만 있다면 좀 더 빠른 효과적인 FP 알고리즘의 ICA 기법을 수행할 수 있을 것이다. 여기에서는 할선법에 기초한 근사적 FP 알고리즘과 할선법과 모멘트를 조합한 FP 알고리즘을 제안한다.

할선법은 현재의 함수 값과 바로 이전의 함수 값을 이용하여 방정식의 근을 구하는 방법이며, 이는 방정식의 해를 직접적으로나 단순한 방법으로 구할 수 없을 때 뉴우턴법과 마찬가지로 쉽게 해결할 수 있는 다른 문제로 근사화하는

방법이다[11]. 여기서는 방정식의 해를 구하는데 있어 뉴우턴법에서처럼 별도의 1차 미분 계산이 요구되지 않는다.

따라서 신경망 기반 ICA를 위한 뉴우턴법의 FP 알고리즘에서 목적함수의 근을 구하기 위해 1차 미분인 도함수의 값을 계산하는 제약을 해결하기 위하여 할선법에 기초한 새로운 FP 알고리즘을 제안한다. 일반적으로 할선법에서는 도함수  $f'(W)$ 를 유한상차분으로 근사화하기 위하여 함수의 현재와 이전의 값을 이용한다. 이때 도함수  $f'(W)$ 는 다음의 식 (14)와 같이 근사화된다.

$$f'(W_k) \approx [f(W_k) - f(W_{k-1})] / [W_k - W_{k-1}] \quad (14)$$

여기서  $k$ 와  $k-1$ 은 각각 현재와 이전의 반복수이다. 식 (14)의 근사화식을 이용한 할선법의 역혼합행렬  $W$ 의 경신 반복식은 식 (15)와 같다.

$$W_{k+1} = W_k - f(W_k)(W_k - W_{k-1}) / [f(W_k) - f(W_{k-1})] \quad (15)$$

식에서는  $W$ 의 경신을 위해 2개의  $W_k$ 와  $W_{k-1}$ 이 요구된다. 하지만 이들 값들은 별도로 설정되는 것이 아니며 계산과정에서 생성되는 값들이다. 결국 식 (15)로 표현되는 할선법에서는 뉴우턴법에 기초한 식 (12)에서처럼 별도의 1차 미분 계산이 요구되지 않아 계산적으로 좀더 효율적이다.

할선법에 기초한 경신식 (15)를 이용하여 식 (9)의 근을 구함으로써 역혼합행렬  $W$ 를 구할 수 있다. 결국  $\beta$ 를  $W_0$  대신에  $W$ 의 현재값으로 나타낸 역혼합행렬  $W$ 를 위한 학습과정은 식 (16)과 같다.

$$\begin{aligned} f(W^*) &= [E(xg(W^{*T}x)) - \beta W^*] \\ f(W) &= [E(xg(W^T x)) - \beta W] \\ W^* &= W - f(W)[(W - W^*) / \{f(W) - f(W^*)\}] \\ W^* &= W^* / \|W^*\| \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $W^*$ 은 바로 전에 계산된  $W$ 의 값이고,  $W^*$ 은  $W$ 가 새롭게 경신된 값이며,  $\beta = E(W^T xg(W^T x))$ 이다. 결국 식 (16)은 할선법에 기초를 둔 신경망 기반 ICA를 위한 FP 알고리즘이다.

제안된 할선법에 기초를 둔 FP 알고리즘의 역혼합행렬  $W$ 의 경신과정을 요약하면 다음과 같다.

- 단계 1:  $W(0) = \text{rand}(\cdot)$ 로 설정한다.
- 단계 2:  $W = W(0) / \|W(0)\|$ 의 값을 계산한다.
- 단계 3:  $W^* = 0$ 로 설정한다.
- 단계 4:  $\|W - W^*\| > \epsilon$ 이고  $\|W + W^*\| > \epsilon$ 이면 다음의 식에 따라  $W$ 를 계산하고, 그렇지 않으면 과정을 종료한다.
  - (1)  $\beta$ ,  $f(W^*)$ , 그리고  $f(W)$ 를 계산한다.
  - (2)  $W^* = W - f(W)[(W - W^*) / \{f(W) - f(W^*)\}]$ 를 계산한다.
  - (3)  $W^* = W$ 로 둔다.
  - (4)  $W = W^* / \|W^*\|$ 를 계산한다.

위의 과정에서도 벡터  $x$ 는 whitening된 신호벡터이며,  $W$ 의 변화량  $\epsilon$ 은 1보다 적은 임의의 값이다. 특히 경신식에서  $g(\cdot)$ 는 비선형함수이며, 일반적으로  $(\cdot)^3$ 과  $\tanh(\cdot)$ 의 함수가 이용된다[6-10].  $(\cdot)^3$ 함수는 학습속도가 빠르며,  $\tanh(\cdot)$ 함수는 좀 더 안정한 특성을 가진다[6]. 본 연구에서는 실험을 통하여 상대적으로 이들 함수에 대한 성능들이 거의 유사함을 확인하였다.

한편 할선법에 기초한 FP 알고리즘은 역혼합행렬  $W$ 를 구하는데 별도의 1차 미분인 Jacobian matrix의 계산이 요구되지 않아 보다 빠른 계산시간을 가진다. 하지만 식 (16)의 근사화 계산식에서는  $W$ 가 최적해로 수렴할 때 발진이 일어날 수도 있다. 따라서 수렴에 따른 발진을 막아 줄 수만 있다면 좀 더 빠르게 최적해로 수렴시킬 수 있을 것이다. 이를 위해 본 논문에서는  $W$ 를 계산할 때 이전 변화의 속성을 반영하는 모멘트를 추가한다. 이렇게 하면 할선법이 가지는 빠른 수렴속성을 그대로 살리면서도 최적해로의 수렴에서 발생할 수 있는 발진을 억제시켜 더욱 빠른 속도의 독립성분분석이 가능하다. 이를 위한 제안된 할선법과 모멘트에 기초한 역혼합행렬  $W$ 의 경신은 식 (16)의 3번째 식 대신 다음의 변형된 식 (17)을 이용한다.

$$\begin{aligned} W^* &= W - f(W)[(W - W^*) / \{f(W) - f(W^*)\}] \\ &\quad + \alpha(W^* - W) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서  $\alpha$ 는 모멘트이다.

따라서 제안된 할선법과 모멘트에 기초를 둔 FP 알고리즘의 역혼합행렬  $W$ 를 경신하는 과정은 위에서의 할선법에 기초를 둔 FP 알고리즘의 역혼합행렬  $W$ 의 경신과정에서 단계 4의 (2)과정만이 달라진다. 즉,

단계 4:

$$(2) W^* = W - f(W)[(W - W^*) / \{f(W) - f(W^*)\}] + \alpha(W^* - W) \text{를 계산한다.}$$

한편 식 (17)에서 우측 2번째 항에서의 계수는 1로 이는 역혼합행렬  $W^*$ 의 경신에서 학습율을 1로 고정된 것과 동일하다. 따라서 학습율을 변화시키면 모멘트  $\alpha$ 의 변화도 달라질 것이다.

#### 4. 시뮬레이션 결과 및 성능분석

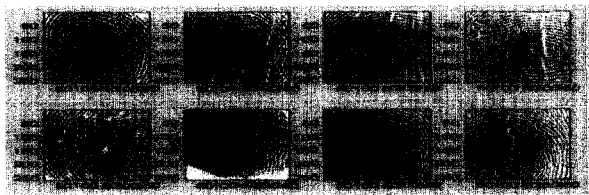
제안된 고정점 알고리즘의 신경망 기반 ICA의 타당성 확인과 성능을 평가하기 위하여 2차원의 데이터를 가지는 8개 지문과 10개 영상으로부터 0과 1사이의 요소값을 가지는 임의의 혼합행렬에 따라 발생하는 각각 20개의 복합지문과 복합영상들을 대상으로 시뮬레이션 하였다. 지문과 영상의 분리율을 평가하기 위해 각 데이터의 절대합오차(absolute sum error: ASE)를 정의하여 원 신호와 복원된 신호의 정합성을 각각 비

교하였다. 이때 절대합오차  $ASE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{256} \sum_{j=1}^{256} |x_{ij} - y_{ij}|$ 이며, 여기서  $x_{ij}$ 와  $y_{ij}$ 는 각각 원 신호와 복원된 신호의  $ij$ 번째 픽셀 값이며,  $N$ 은 픽셀의 총수이다. 또한 학습의 종료조건으로는 역혼합행렬  $W$ 의 변화량  $\epsilon$ 이 0.0001 이하일 때나 하나의 신호나 영상을 분리하는데 소요되는 학습반복수가 5,000회 이상일 때로 하였다. 또한 비선형함수  $g(\cdot)$ 는  $(\cdot)^3$ 으로 하였다. 실험은 펜티엄 IV-1.5G 컴퓨터 상에서 Matlab 5.1로 실행하였다.

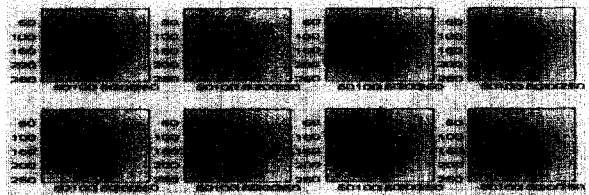
4.1 지문 영상

256×256 픽셀의 8개 그레이(gray) 지문영상으로부터 임의의 값을 가진 혼합행렬에 따라 생성된 복합지문들을 대상으로 뉴우턴법, 할선법, 그리고 할선법과 모멘트를 조합한 고정점 알고리즘을 각각 수행하였다.

(그림 3)은 원 지문과 임의의 혼합행렬로부터 생성된 복합지문 8개를 각각 나타낸 것이다. 특히 (그림 3)(b)의 복합지문은 8×8의 랜덤값을 가지는 혼합행렬  $A$ 로부터 생성되며, 그 각각에서는 원 지문들의 속성을 발견할 수 없다. 실제에서 복합지문들은 알려져 있으나 원 지문들은 미지의 지문들이다. 또한 독립성분분석을 위한 입력데이터는 복합지문 데이터를 영평균하고 PCA Whitening한 데이터를 이용한다.



(a) 원 지문

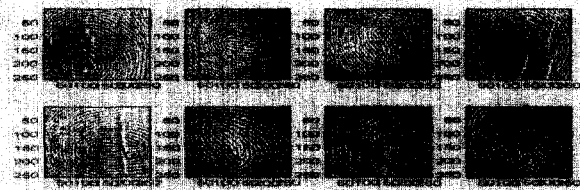


(b) 복합지문

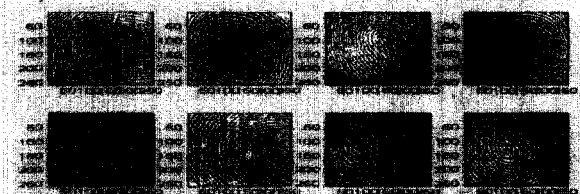
(그림 3) 256×256 픽셀의 8개 지문

(그림 4)는 (그림 3)(b)의 복합지문들을 대상으로 각각 뉴우턴법, 할선법, 그리고 할선법과 모멘트를 이용한 FP 알고리즘의 ICA를 수행한 후 복원된 8개 지문들이다. 여기서는 모멘트  $\alpha = 0.001$ 로 하였다. (그림 4)의 복원지문 순서를 (그림 3)의 원 지문 순서와 비교하면 3개 알고리즘 모두에서 일치되지 않음을 알 수 있다. 이는 수행과정에서 신호의 순차를 고려하지 않는 ICA의 속성이 반영되었기 때문이다. 여기서 원 지문과 복원된 지문의 순서를 고려하여 서로 비

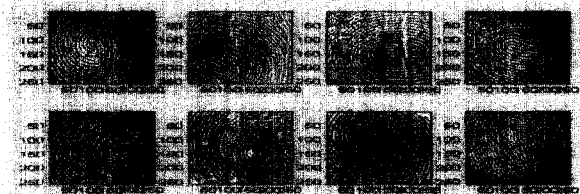
교하면 육안으로 상당히 유사함을 알 수 있다. 복원된 지문은 각각 복합지문의 독립성분이며, 8개의 지문영상을 분리하는데 소요되는 알고리즘의 총 반복수행 회수를 보면 뉴우턴법에서는 57회, 할선법은 49회, 할선법과 모멘트를 이용한 알고리즘에서는 44회 각각 수행되었다. 따라서 신경망 기반 독립성분분석에서 할선법의 FP 알고리즘은 뉴우턴법의 FP 알고리즘에 비해 약 1.2배 정도, 할선법과 모멘트를 조합한 FP 알고리즘은 할선법의 고정점 알고리즘에 비해 약 1.1배 정도 빠른 분리속도가 있다. 결국 제안된 조합형 알고리즘은 뉴우턴법이나 할선법의 알고리즘에 비해 빠른 분리속도가 있음을 알 수 있으며, 뉴우턴법보다는 할선법의 알고리즘이 또한 빠른 분리속도가 있음도 확인할 수 있다. 특히 상단 좌측에서부터 하단 우측으로 (그림 4)(a)에서는 2,3,6,7, 그리고 8번째 지문, (그림 4)(b)에서는 3,5,7, 그리고 8번째 지문, (그림 4)(c)에서는 1,5 그리고 8번째 지문의 경우 분리된 지문은 원 지문과 반대의 부호를 가진다. 이는 ICA에서 독립성분을 추출할 때 순서뿐만 아니라 부호도 고려되지 않는 속성 때문이다.



(a) 뉴우턴법의 FP 알고리즘



(b) 할선법의 FP 알고리즘



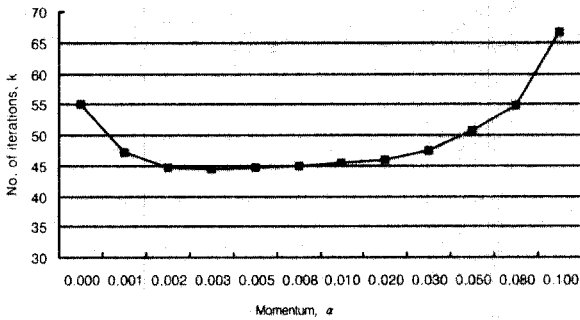
(c) 할선법과 모멘트의 FP 알고리즘

(그림 4) 256×256 픽셀의 8개 복원지문

한편 혼합된 8개의 지문을 대상으로 뉴우턴법과 할선법의 FP 알고리즘 각각을 역혼합행렬의 초기값을 다르게 하여 20회 시행한 결과, 분리하는데 가장 오래 걸리는 지문의 학습반복수는 유사한 변화를 보였다. 이는 이 정도 규모의

문제에 대해서는 두 알고리즘 모두의 성능이 설정된 초기 값에 영향을 크게 받지 않음을 알 수 있다.

(그림 5)는 (그림 3)(b)의 복합지문들을 대상으로 제안된 조합형 FP 알고리즘에서 모멘트  $\alpha$ 의 변화에 따른 학습반복수  $k$ 를 나타낸 것이다. 그림에서의 결과는 각각의 모멘트에 대하여 20번씩 학습과정을 반복하여 그 평균을 나타낸 것이다. 여기에서  $\alpha=0$ 은 할선법에 의한 FP 알고리즘이다. 그림에서 보면 모멘트의 값이 0.001에서 0.08사이일 때 우수한 성능을 보인다. 하지만 그 범위를 벗어나면 오히려 떨어지는 성능이 있음을 알 수 있었다. 이는 FP 알고리즘에서 역혼합행렬의 경신에 학습율을 1로 고정하여 실험하였기 때문이다. 학습율과 모멘트의 상관관계를 고려하여 학습율을 변화시키면 모멘트의 설정범위는 더욱 더 넓어질 것이고, 그 우수성도 더욱 더 잘 반영될 것이다.



(그림 5) 모멘트의 변화에 따른 학습반복수

<표 1>은 뉴우턴법, 할선법, 그리고 할선법과 모멘트의 FP 알고리즘 각각으로 8개의 지문분리를 20번씩 시행하여 소요되는 학습반복수  $k$ , 분리에 소요된 CPU 시간  $t$ , 그리고 픽셀 단위의 절대합오차 ASE 각각의 평균을 나타낸 것이다. 20회의 시행에서 3개의 FP 알고리즘 모두 종료조건을 만족하였으며, 여기에서 모멘트는 0.001로 하였다. 표에서 보면 학습반복수와 분리시간에서 각각 할선법이 뉴우턴법에 비해 약 1.3배와 약 1.2배정도 개선되었으며, 절대합오차에서도 약간 우수한 분리 성능이 있음을 확인할 수 있다. 또한 할선법과 모멘트의 조합은 할선법에 비해 각각 약 1.1배 정도 빠른 학습반복수와 분리시간이 있으며, 절대합오차에서도 약 3.7배정도 작은 값을 가져 개선된 분리성능이 있음을 확인할 수 있다. 결국 할선법에 기초를 둔 고정점 알고리즘에 모멘트의 속성을 이용하면 더욱 더 우수한 분리성능을 가지는 독립성분분석이 가능하다.

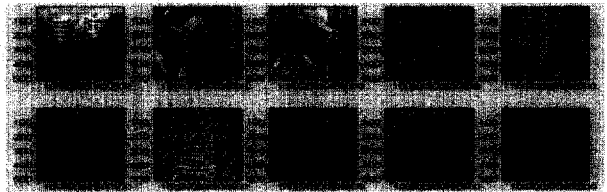
<표 1> 뉴우턴법, 할선법, 할선법과 모멘트의 고정점 알고리즘에 의한 학습결과

	뉴우턴법의 FP 알고리즘	할선법의 FP 알고리즘	할선법과 모멘트의 FP 알고리즘
학습반복수, $k$	69.12	52.36	47.16
분리시간, $t$	41.38	35.69	33.81
절대합오차, ASE	0.12	0.11	0.03

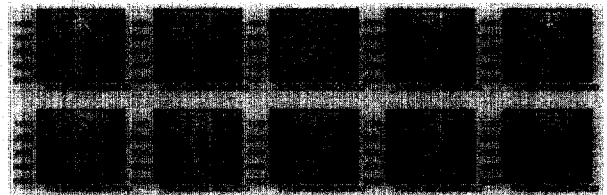
#### 4.2 영상 데이터

512×512의 픽셀을 가지는 10개의 영상으로부터 임의의 값을 가진 혼합행렬에 따라 생성된 복합영상들을 대상으로 뉴우턴법, 할선법, 그리고 할선법과 모멘트를 조합한 고정점 알고리즘을 각각 수행하였다. 이는 전술한 지문영상보다 규모가 훨씬 더 큰 문제이다.

(그림 6)은 실험에 이용된 풍경화, 레나, 로즈, 바다, 서류꽃이, 나무무늬, 우산, 적벽돌, 벽돌타일, 그리고 철대문의 10개 원 영상과 임의의 혼합행렬로부터 생성된 10개의 복합영상을 각각 나타낸 것이다. (그림 6)(b)는 (그림 6)(a)로부터 10×10의 랜덤값을 가지는 혼합행렬  $A$ 로부터 생성된 복합영상들이다. 여기에서도 혼합된 영상들 각각에서 원 영상들에 대한 정보들을 발견할 수 없으며, 혼합된 영상들 영평균과 whitening한 후 ICA의 입력신호로 이용하였다.



(a) 원 영상

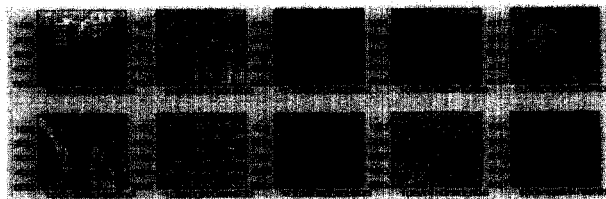


(b) 복합영상

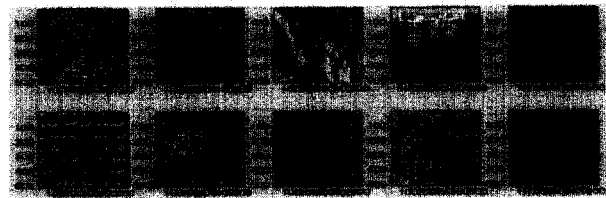
(그림 6) 512×512 픽셀의 10개 독립영상

(그림 7)은 (그림 6)(b)의 복합영상들을 대상으로 각각 뉴우턴법, 할선법, 할선법과 모멘트의 FP 알고리즘 각각을 수행한 후 분리된 10개의 영상들이다. 여기서도 모멘트  $\alpha = 0.001$ 로 하였다. 그림에서 보면 지문 분리에서와 같이 원 영상과 분리된 영상들 사이의 순서는 일치되지 않아 ICA가 영상의 분리순서는 고려하지 않음을 알 수 있다. 뉴우턴법의 FP 알고리즘으로 수행된 (그림 7)(a)를 보면 나무무늬, 우산, 바다, 로즈, 레나, 벽돌타일, 서류꽃이, 그리고 철대문, 할선법의 FP 알고리즘 (그림 7)(b)에서는 레나, 벽돌타일, 로즈, 서류꽃이, 그리고 철대문 영상의 경우가 원 영상과 반대의 부호를 가진다. 또한 할선법과 모멘트의 FP 알고리즘 (그림 7)(c)에서도 레나, 벽돌타일, 우산, 바다, 철대문, 그리고 서류꽃이 영상들이 원 영상과 반대의 부호를 가진다. 이 결과 역시 ICA에서 독립성분을 추출할 때 순서뿐만 아니라 부호도 고려하지 않는 속성이 반영된 것이다. 한편 복원된 분리영상은 각각 혼합된 영상에서의 독립성분이며, 풍경화를

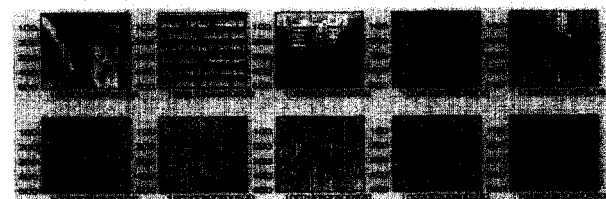
비슷한 10개의 독립영상 각각을 찾아내는데 소요되는 알고리즘의 학습반복수에서 뉴우턴법의 알고리즘은 8, 13, 1, 17, 9, 67, 9, 69, 44, 그리고 5회 각각 수행되었고, 할선법의 알고리즘은 11, 13, 7, 6, 5, 10, 6, 1, 7, 그리고 9회 각각 수행되었으며, 할선법과 모멘트의 알고리즘은 9, 10, 6, 5, 4, 9, 4, 1, 8, 그리고 7회 각각 수행되었다. 이는 512×512 픽셀을 가지는 10개의 영상을 분리하는데 각각의 알고리즘이 총 242회, 75회, 그리고 63회 반복수행 되었음을 의미한다. 여기서도 독립성분분석을 위한 신경망의 학습에서 할선법의 알고리즘이 뉴우턴법의 알고리즘에 비해 약 3.2배정도 빠른 분리속도가 있다. 또한 할선법과 모멘트의 알고리즘은 할선법의 알고리즘 보다 약 1.2배정도 빠른 분리속도를 보인다. 결국 뉴우턴법과 할선법 각각의 알고리즘보다 할선법과 모멘트의 알고리즘이 가장 빠른 분리속도가 있음을 알 수 있다.



(a) 뉴우턴법의 FP 알고리즘



(b) 할선법의 FP 알고리즘

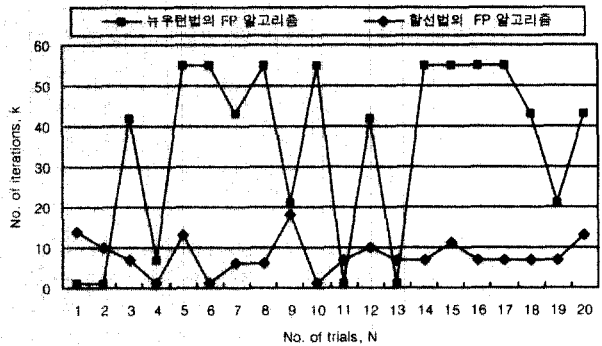


(c) 할선법과 모멘트의 FP 알고리즘

(그림 7) 512×512 픽셀의 10개 분리된 영상

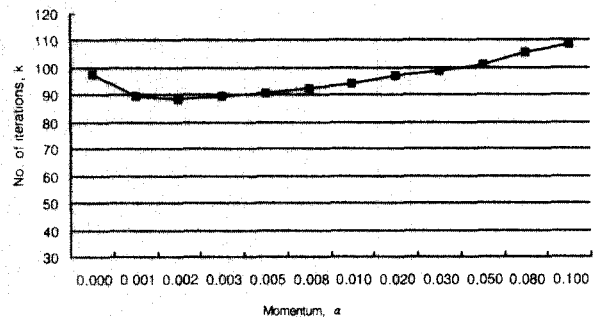
(그림 8)은 혼합된 10개의 영상을 대상으로 할선법의 FP 알고리즘과 뉴우턴법의 FP 알고리즘을 각각 20회 시행하여 분리하는데 가장 오래 걸리는 로즈영상의 학습반복수를 나타낸 것이다. 그림에서 뉴우턴법의 FP 알고리즘 학습반복수는 최소 1에서 최대 55회이며, 할선법의 알고리즘 학습반복수는 최소 1에서 최대 18회이다. 이들의 평균 학습반복수는 각각 약 34와 8회 정도로 할선법의 알고리즘이 뉴우턴의 알고리즘보다 약 4.3배정도 개선된 분리속도가 있다. 특히, 뉴우턴법의 알고리즘은 할선법의 알고리즘에 비해 시행

에 따른 학습반복수의 변화가 심함을 알 수 있다. 이 결과는 뉴우턴법의 알고리즘 성능이 할선법의 알고리즘보다 설정되는 역혼합행렬의 초기값에 더욱더 의존함을 보여 준 것이다. 결국 할선법의 알고리즘 경우는 뉴우턴법의 알고리즘보다 임의로 설정되는 초기값에도 덜 의존하는 속성이 있음을 알 수 있다. 한편 지문의 결과와 비교할 때, 뉴우턴법의 알고리즘은 문제의 규모가 증가할수록 분리성능은 초기값에 더욱 더 의존함을 알 수 있다.



(그림 8) 로즈영상의 분리에 따른 학습반복수

(그림 9)는 (그림 6)(b)의 복합영상들을 대상으로 제안된 조합형 FP 알고리즘에서 모멘트  $\alpha$ 의 변화에 따른 학습반복수  $k$ 를 나타낸 것이다. 여기서도 결과는 각각의 모멘트에 대해 20번씩 학습과정을 반복하여 그 평균을 나타낸 것이다. 그림에서  $\alpha=0$ 은 할선법의 FP 알고리즘이다. 여기에서도 모멘트의 값이 0.001에서 0.03사이일 때 우수한 성능을 보인다. 그러나 지문영상의 결과와 비교하면 문제의 규모가 커질수록 모멘트의 설정범위는 좁아짐을 알 수 있다. 여기에서도 학습율은 1로 고정하여 실험한 결과로 학습율의 변화에 따라서 모멘트의 범위도 변할 것으로 추측된다.



(그림 9) 모멘트의 변화에 따른 학습반복수

<표 2>는 10개의 혼합된 영상에 대해 뉴우턴법의 FP 알고리즘, 할선법의 FP 알고리즘, 그리고 할선법과 모멘트의 FP 알고리즘을 각각 20번씩 반복 실험하여 대응되는 원영상과 복원된 영상에 대한 픽셀 단위의 절대합오차 ASE, 학습반복수  $k$ , 그리고 분리에 소요된 CPU 시간  $t$  각각의 평균을 나타낸 것이다. 여기에서도 모멘트는 0.001로 하였다.



실험에서 뉴우턴법의 알고리즘 경우, 영상의 분리를 위한 20회 시행 중 8회가 종료조건을 만족하지 못하여 전체 10개의 영상을 분리하는데 실패하였다. 하지만 학습반복수에 따른 종료조건을 무시하고 실험을 반복한 결과 최소 2290에서 최대 43117회까지 소요되는 비현실적인 수렴시간을 보였다. 할선법의 알고리즘에서는 20회 시행 모두에서 영상의 분리가 이루어졌다. 이는 뉴우턴법의 알고리즘에서 기울기인 도함수의 값이 0에 수렴될 경우 역혼합행렬의 경신과정에 0으로 나누어지는 결과가 발생되어 비현실적인 수렴현상으로 추측된다. 지문의 결과와 비교할 때, 문제의 규모나 특성에 따라서는 비현실적인 분리성능이 나타날 수도 있으며, 할선법의 고정점 알고리즘은 이러한 제약도 효과적으로 해결할 수 있음을 확인할 수 있다. 표에서 뉴우턴법의 알고리즘 결과는 추가시행을 실시하여 학습의 종료조건을 만족한 경우에 대한 결과이다. 먼저 뉴우턴법과 할선법 알고리즘에서 적벽돌, 벽돌타일, 철대문 각각의 절대합오차를 살펴보면, 다른 영상들에 비해 상대적으로 큰 값을 가진다. 이도 지문분리에서처럼 복합영상 중에서 독립성이 다른 영상에 비해 상대적으로 낮은 영상일수록 그 분리성능이 떨어짐을 보여주는 것이다. 10개 영상 모두에 대해 뉴우턴법과 할선법의 알고리즘 각각의 평균 절대합오차는 약 3.59와 약 2.36으로 약 1.5배 정도, 학습반복수에서도 각각 178.29와 97.38회로 할선법의 알고리즘이 뉴우턴법의 알고리즘보다 약 1.8배정도 개선되었다. 10개의 영상을 분리하는 소요된 평균 시간에서도 뉴우턴법의 알고리즘과 할선법의 알고리즘 각각 433.2와 301.9로 할선법의 알고리즘이 약 1.4배정도 빠름을 알 수 있다. 따라서 할선법에 기초한 FP 알고리즘이 뉴우턴법에 기초한 FP 알고리즘보다 더욱 더 우수한 분리률과 빠른 분리속도의 독립성 분석이 가능하다. 한편 할선법과 모멘트의 알고리즘과 할선법의 알고리즘을 살펴보면, 절대합오차에서는 각각 약 2.36과 약 2.17로 약 1.1배정도 개선된 분리률이 있으며, 학습반복수에서는 각각 약 97.38과 약 89.6회, 분리시간에서는

각각 약 301.9와 약 275.4로 약 1.1배정도 빠른 분리속도가 있다. 결국 할선법과 모멘트의 조합형 알고리즘이 할선법의 알고리즘이나 뉴우턴법의 알고리즘보다 분리률과 분리속도에서 가장 우수한 성능이 있음을 확인할 수 있다.

이상의 지문과 영상에 대한 실험결과로부터 독립성분석을 위한 할선법의 FP 알고리즘은 뉴우턴법의 FP 알고리즘보다 분리속도와 분리률의 개선된 성능이 있으며, 임의로 설정되는 역혼합행렬의 초기값에도 상대적으로 적게 의존함을 확인할 수 있다. 특히 할선법의 FP 알고리즘을 이용하면 뉴우턴법의 FP 알고리즘에서 문제의 규모가 클 때 발생할 수 있는 비현실적인 분리시간도 효과적으로 줄일 수 있다. 또한 할선법과 모멘트에 의한 고정점 알고리즘은 할선법에 의한 고정점 알고리즘 보다도 개선된 분리속도와 분리률의 성능이 있다. 따라서 신경망 기반 독립성분석에서 할선법과 모멘트를 이용한 제안된 조합형 FP 알고리즘은 독립성분석을 위한 효과적인 대안이 될 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 신경망 기반 독립성분석의 분리성능을 개선하기 위해 할선법과 모멘트를 조합한 고정점 알고리즘을 제안하였다. 할선법은 독립성분 상호간의 정보를 최소화하기 위한 목적함수의 근을 근사적으로 구함으로써 계산과정을 단순하여 좀 더 개선된 분리성능을 얻기 위함이고, 모멘트는 계산과정에서 발생하는 발진을 억제하여 보다 빠른 분리속도를 얻기 위함이다. 이렇게 하면 할선법이 가지는 근사성에 따른 우수성과 과거의 속성을 반영하여 발진을 억제하는 모멘트의 우수성을 동시에 살릴 수 있다.

제안된 알고리즘을 256×256 픽셀의 8개 지문과 512×512 픽셀의 10개 영상으로부터 임의의 혼합행렬에 따라 생성된 복합지문과 복합영상을 각각 대상으로 시뮬레이션 한 결과, 뉴우턴법의 알고리즘과 할선법의 알고리즘보다 각각

<표 2> 뉴우턴법, 할선법, 할선법과 모멘트의 고정점 알고리즘에 의한 학습결과

입력 영상	뉴우턴법의 FP 알고리즘			할선법의 FP 알고리즘			할선법과 모멘트의 FP 알고리즘		
	절대합 오차, ASE	학습 반복수, k	분리 시간, t	절대합 오차, ASE	학습 반복수, k	분리 시간, t	절대합 오차, ASE	학습 반복수, k	분리 시간, t
풍경화	0.28	28.02	69.31	0.08	13.26	41.75	0.07	11.37	35.64
테나	0.28	12.36	29.71	0.12	14.81	44.96	0.13	15.21	48.60
로즈	0.33	34.14	84.17	0.09	8.47	25.69	0.08	11.18	35.64
바닥	0.32	8.61	19.80	0.23	10.03	32.12	0.22	7.92	22.68
서류꽂이	0.37	26.17	64.36	0.25	9.40	28.91	0.21	5.06	16.20
나무부니	0.39	16.25	39.61	0.32	10.26	32.12	0.33	12.83	38.88
우산	0.31	8.58	19.80	0.23	8.06	25.69	0.19	4.51	12.96
적벽돌	0.43	21.29	51.98	0.34	3.22	9.64	0.31	3.80	9.72
벽돌타일	0.43	10.82	24.75	0.32	8.73	25.69	0.27	9.28	29.16
철대문	0.45	12.05	29.71	0.38	11.14	35.33	0.36	8.44	25.92
계	3.59	178.29	433.20	2.36	97.38	301.90	2.17	89.60	275.40

우수한 분리률과 빠른 분리속도의 성능이 있음을 확인하였다. 한편 할선법의 이용은 뉴우턴법을 이용한 고정점 알고리즘보다 초기값에도 덜 의존하고, 문제의 규모가 커짐에 따라 발생될 수 있는 비현실적인 분리시간도 해결할 수 있음을 확인하였다. 또한 할선법의 고정점 알고리즘은 뉴우턴법의 고정점 알고리즘보다 개선된 분리성능이 있다.

향후 제안된 알고리즘의 독립성분분석 기법을 다양한 분야에 좀 더 큰 규모의 문제를 대상으로 지속적인 연구가 요구되며, 학습율을 고려한 기법에 대한 연구도 병행되어야 할 것이다.

### 참 고 문 헌

[1] K. I. Diamantaras and S. Y. Kung, "Principal Component Neural Networks : Theory and Applications, Adaptive and learning Systems for Signal Processing, Communications, and Control," John Wiley & Sons, Inc., 1996.

[2] S. Haykin, "Neural Networks : A Comprehensive Foundation," Prentice-Hall, 2ed, London, 1999.

[3] 조용현, 윤중환, 박용수, "조합형 학습알고리즘의 신경망을 이용한 데이터의 효율적인 특징추출", 정보처리학회논문지 B, 제8-B권 제2호, pp.130-136, 2001.

[4] J. Karhunen and J. Joutsensalo, "Generation of Principal Component Analysis, Optimization Problems, and Neural Networks," *Neural Networks*, Vol.8, No.4, pp.549-562, 1995.

[5] P. Comon, "Independent Component Analysis-A New Concept?," *Signal Processing*, Vol.36, No.3, pp.287-314, Apr., 1994.

[6] A. Hyvaerinen and E. Oja, "A Fast Fixed Point Algorithms

for Independent Component Analysis," *Neural Computation*, 9(7), pp.1483-1492, Oct., 1997.

[7] J. Karhunen, "Neural Approaches to Independent Component Analysis and Source Separation," *4th European Symp., Artificial Neural Network, ESANN96*, Burges, Belgium, pp.249-266, Apr., 1996.

[8] A. Hyvärinen, J. Karhunen, and E. Oja, "Independent Component Analysis," John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.

[9] T. W. Lee, *Independent Component Analysis : Theory and Applications*, Kluwer Academic Pub., Boston, 1998.

[10] S. Roberts and R. Everson, "Independent Component Analysis : Principles and Practice," Cambridge Univ. 2001.

[11] K. Atkinson, "Elementary Numerical Analysis," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1993.



### 조 용 현

e-mail : yhcho@cuth.cataegu.ac.kr

1979년 경북대학교 공과대학 전자공학과 (공학사)

1981년 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학석사)

1993년 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학박사)

1983년~1984년 삼성전자(주) 사원

1984년~1987년 한국전자통신연구소 연구원

1987년~1997년 영남이공대학 전자과 부교수

1997년~현재 대구가톨릭대학교 컴퓨터정보통신공학부 부교수  
관심분야 : 신경망, 병렬분산처리, 신호처리, 영상인식, 교환기 등