

# 잡음 제거를 위한 웨이블릿 임계값 결정

조 현 숙<sup>†</sup> · 이 형<sup>††</sup>

## 요 약

본 논문은 주파수 대역 변환 방법을 사용하여 잡음을 제거하는 방법으로, 웨이블릿 변환의 고주파 성분의 통계적 특성을 활용하여 임계값을 선택하는 새로운 방법을 제안한다. 변환 영역의 각 고주파 성분(HL, LH, HH)에 대한 중앙편차를 이용하여 임계값을 설정함으로써 영상의 통계량의 변화에 대응할 수 있고, 잡음 분산의 크기에 적용할 수 있도록 하였다. 실험 결과 잡음 분산을 추정하거나 데이터의 개수를 이용하는 기존의 방법에 비하여 신호 대 잡음비(PSNR)가 향상되었다.

## Choice of Wavelet-Thresholds for Denoising image

Hyun-sug Cho<sup>†</sup> · Hyoung Lee<sup>††</sup>

## ABSTRACT

Noisy data are often fitted using a smoothing parameter, controlling the importance of two objectives that are opposite to a certain extent. One of these two is smoothness and the other is closeness to the input data. The optimal value of this parameter minimizes the error of the result. This optimum cannot be found exactly, simply because the exact data are unknown. This paper propose the threshold value for noise reduction based on wavelet-thresholding. In the proposed method PSNR results show that the threshold value performs excellently in comparison with conventional methods without knowing the noise variance and volume of signal.

키워드 : 웨이블릿 임계값(wavelet-thresholding), 잡음제거(noise reduction), 웨이블릿 수축(soft-thresholding ; shrinkage)

### 1. 서 론

최근 십여년간 웨이블릿(wavelet)은 신호와 영상처리 분야에서 각광을 받아 왔다. 이는 웨이블릿(Wavelet)이 실제 신호들의 폭넓은 분야에 대한 가장 적합한 표현 체계를 가지고 있는데 기인한다. 웨이블릿 이론은 영상압축, 윤곽선 검출, 특징 추출 등의 다양한 분야에서 응용되고 있다. 여기서 사용되는 기법들은 다중해상도 분석, 시간 주파수 분석, 필터뱅크 알고리즘 등이다[1, 2].

웨이블릿 이론의 중요한 응용분야로서 잡음 제거(noise reduction)를 들 수 있는데 이 방법의 간결성과 실용성으로 인하여 폭넓게 연구되고 있다[3-8]. 잡음 제거에 관한 많은 알고리즘들은 신호와 잡음을 구별하기 위하여 다중해상도 분석의 특성을 이용한다. 알고리즘의 가장 중요한 부분은 웨이블릿 계수를 두 그룹(잡음 성분의 영향을 많이 받는 계수들과 그렇지 않은 계수들)으로 나누는 기준을 정의하는 것이다. 이

중 가장 간단한 방법은 신호를 복원하기에 충분한 제한된 몇 개의 계수들을 포함하는 한계를 기준으로 정하는 방법이다[3]. Donoho와 Johnstone(D & J)은 이 방법이 통계적으로 최적의 특성을 가짐을 보여주었다[4]. 이외에 Xu, Weaver[5]나 Mallat[6] 등도 알고리즘을 제안하였는데 공통점은 웨이블릿 계수를 이분하여 잡음 외 영역을 제거하는데 있다.

본 연구에서는 계수를 이분하는 기준인 임계값(threshold value)을 정하는 새로운 방법을 제안한다. 입력되는 신호(영상)에 따라 가변적인 임계값을 정하며 잡음 분산의 크기에 적용할 수 있도록 하였다.

### 2. 제안한 임계값 설정 방법

최적의 임계값은 잡음제거 결과를 가능한한 원 신호(noise-free signal)에 가깝게 만들어 주는 것이다. 웨이블릿을 이용한 잡음 제거의 선두주자라 할 수 있는 Donoho와 Johnstone[7]은 잡음을 추정하여 임계값을 정하는 방법을 제안하였다. 그러나 실제의 경우 잡음의 양을 알기는 어렵다. 왜냐하면 원 신호를 알지 못하기 때문이다. 따라서 결과의 오차

† 준 회원 : 대전대학교 대학원 정보통신공학과  
 †† 종신회원 : 대전대학교 컴퓨터정보통신공학부 교수  
 논문접수 : 2001년 8월 20일, 심사완료 : 2001년 10월 8일

를 계산하거나 최소화시키는데 문제가 발생한다.

따라서 본 연구에서는 잡음 레벨을 계산하는 대신에 웨이블릿 계수만을 사용하여 최적의 임계값을 찾으려 하였다. 영상이 가우시안 잡음  $N(0, \sigma^2)$ 에 의하여 손상되었다고 가정하고, 변환 영역에서 잡음 성분과 신호를 분리하기 위하여 고주파 대역(high-pass band)의 통계적 특성을 활용하였다.

이 장에서는 웨이블릿 기반 잡음제거에 관하여 살펴보고, 제안하는 임계값 설정 방법을 설명한다.

2.1 웨이블릿 기반 잡음 제거

웨이블릿 기반 잡음 제거 방법의 기본적인 개념은 압축 알고리즘과 같다. “보통 영상은 값이 큰 몇 개의 계수들에 의해 표현될 수 있다.”는 것을 가정하고, 절대값이 임의의 임계값 ( $\sigma$ )보다 작은 계수들은 잡음으로 분류하여 “0”으로 대체하는 것이다. 크게 두 가지 기법으로 나뉘는데 우선 ‘hard-thresholding’ 기법은 손실 알고리즘의 개념이고, ‘soft-thresholding’ 기법은 관심영역의 왜곡을 지양하기 위하여 임계값 이상의 계수들을 잡음의 영향만큼 축소(shrinkage)시키는 방법이다. 이들 방법은 결과적으로 신호의 주요한 성분은 보존하면서 최적의 잡음 제거를 이끌게 된다.

일반적인 알고리즘은 다음과 같다.

[Step 1] 잡음신호에 대하여 이산 웨이블릿 변환을 수행한다. (단, DWT : Discrete Wavelet Transform,  $Y = X(\text{원 신호}) + V(\text{잡음신호})$ 를 나타낸다.)

$$DWT(Y) = W, \tag{1}$$

[Step 2] 변환 영역에서 계수들을 수축한다. 임계화 함수 ‘Soft thresholding’과 ‘Hard thresholding’의 수식은 다음과 같다. (여기서  $c_i$ 는 wavelet 계수이며,  $\delta$ 는 임계값)

Hard-Thresholding : HaT

$$c'_i = \begin{cases} 0, & \text{If } |c_i| < \delta \\ c_i, & \text{If } |c_i| \geq \delta \end{cases} \tag{2}$$

Soft-Thresholding : SoT

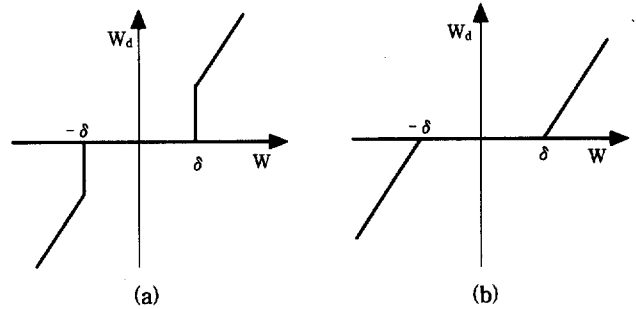
$$c'_i = \begin{cases} 0, & \text{If } |c_i| < \delta \\ \text{sign}(c_i)(|c_i| - \delta), & \text{If } |c_i| \geq \delta \end{cases} \tag{3}$$

이는 필터로서 가장 일반적이며 간단한 방법이지만 웨이블릿 영역에서는 강력한 잡음 제거 성능을 나타낸다.

[Step 3] 마지막으로 임계화된 계수들을 역 변환한다.(여기서, IDWT : Inverse Discrete Wavelet Transform,  $(\tilde{X})$  : 임계화된 계수)

$$IDWT(\tilde{x}) = W^{-1}(\tilde{X}) \tag{4}$$

다음 (그림 1)은 HaT 기법과 SoT 기법을 비교한 것이다



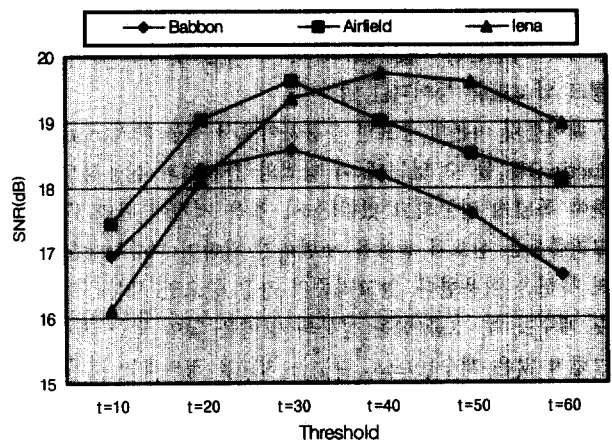
(그림 1) 웨이블릿 수축에 의한 잡음 제거

- (a) HaT는 임계값 ‘ $\delta$ ’의 절대값보다 작은 계수들은 “0”으로 임계값보다 절대값이 큰 계수들은 원래 값을 그대로 갖도록 한다.
- (b) SoT는 임계값 ‘ $\delta$ ’보다 작은 절대값을 가지는 웨이블릿 계수들을 “0”으로 임계값보다 더 큰 절대값을 가진 웨이블릿 계수들은 임계값과의 차이 값으로 수축(Shrinkage)한다[7].

2.2 임계값 선택 알고리즘

웨이블릿 변환은 입력 영상을 저주파와 고주파 성분으로 대역 분할하고 고주파 성분은 각각 수직, 수평, 대각 성분으로 분해된다. 이 때, 근사 정보(LL)는 원 영상의 통계량과 유사한 값을 가지면서 영상의 주요 성분이 그대로 남아 있으며, 상세 정보(HL, LH, HH)는 몇 개의 계수들을 제외하고 대부분이 “0” 또는 “0에 근사하는 값”을 가지게 된다. 이 중 그 값이 큰 계수들, 즉 원 영상의 에지 정보에 해당하는 계수들을 남기면서, 잡음을 제거할 수 있는 임계값을 설정하는 것이 중요하다.

다음 (그림 2)는 분산이 20인 잡음을 첨가한 영상에 대하여 임의로 임계값을 달리하면서 원 영상과의 SNR(dB)을 측정한 그래프이다.



(그림 2) 임계값에 따른 SNR 변화

임계값을 크게 하면 할수록 더 많은 잡음은 제거되지만, 그 값이 너무 크면 영상의 주요 정보를 잃게 되어 오히려 원 영상에 손상을 입히므로 SNR(dB)이 떨어지게 된다. 또한 동일한 잡음이 첨가된 경우에도 영상마다 통계량이 다르므로 임계값도 그에 대한 변화에 적응하여야 한다. 따라서 본 연구에서는 각 영상의 대역별 통계량을 분석하여 임계값( $\sigma$ )을 설정하되, 그 기준은 각 대역의 중앙편차(MD; Median Deviation)의 평균값으로 하였다.

아래의 <표 1>를 살펴보면, 잡음의 분산이 커짐에 따라 각 영상의 상세 정보 계수들의 크기 또한 늘어남을 알 수 있다. 이 원인은 잡음의 분포가 영상의 고주파 성분에 영향을 미치기 때문이다.(단, HL: 가로성분, LH: 세로성분, HH: 대각성분 (a)~(d)는 (그림 4)실험에 사용한 영상들임)

<표 1> 잡음 크기에 따른 임계값의 변화표

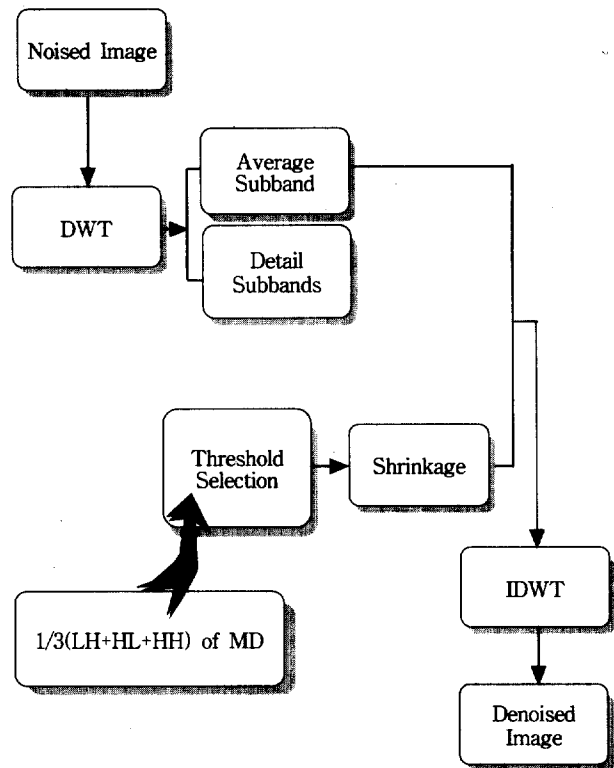
잡음크기	$\sigma^2=5$			$\sigma^2=7$			$\sigma^2=10$			
	subband	HL	LH	HH	HL	LH	HH	HL	LH	HH
(a)	MD	6.96	6.77	6.73	8.23	7.98	7.76	10.29	9.94	9.48
	Threshold	$\delta = 6.82$			$\delta = 7.99$			$\delta = 9.90$		
(b)	MD	4.72	5.63	4.01	6.07	6.98	5.33	8.13	9.01	7.29
	Threshold	$\delta = 4.79$			$\delta = 6.13$			$\delta = 8.15$		
(c)	MD	6.77	6.98	4.95	7.99	8.30	6.16	9.99	10.29	7.99
	Threshold	$\delta = 6.23$			$\delta = 7.48$			$\delta = 9.42$		
(d)	MD	5.38	5.61	4.28	6.58	6.87	5.49	8.47	8.85	7.44
	Threshold	$\delta = 5.09$			$\delta = 6.31$			$\delta = 8.25$		

웨이블릿 변환의 상세 정보 분포는 영상의 주요정보에 해당하는 크기가 큰 계수들과 잡음성분에 해당하는 크기가 작은 대부분의 계수들이 대칭을 이루는 분포를 보이는 점을 고려하여 임계값의 결정에 중앙편차를 사용하였다.

제안한 방법의 알고리즘을 살펴보면 다음과 같다.

- [step 1] 입력 영상에 대하여 BISF(3,1)을 사용하여 분해를 수행한다.
- [step 2] 근사 정보(저주파 성분)와 상세 정보(고주파 성분)로 대역 분할한다.
- [step 3] 상세 정보의 각각의 부 대역에서 중앙편차(Median Deviation)를 계산하고, 이들의 평균으로 임계값을 정한다.
- [step 4] 결정된 값을 임계값으로 상세 정보에 대하여 soT (수축을 수행하여 절대값이 임계값 이상을 갖는 계수들에 대하여, 임계값과의 차이 값으로 그 계수를 대치한다.)를 수행한다.
- [step 5] 근사 정보와 [step 4]의 변형된 상세 정보를 역 변환하여 잡음 제거 영상을 얻는다.

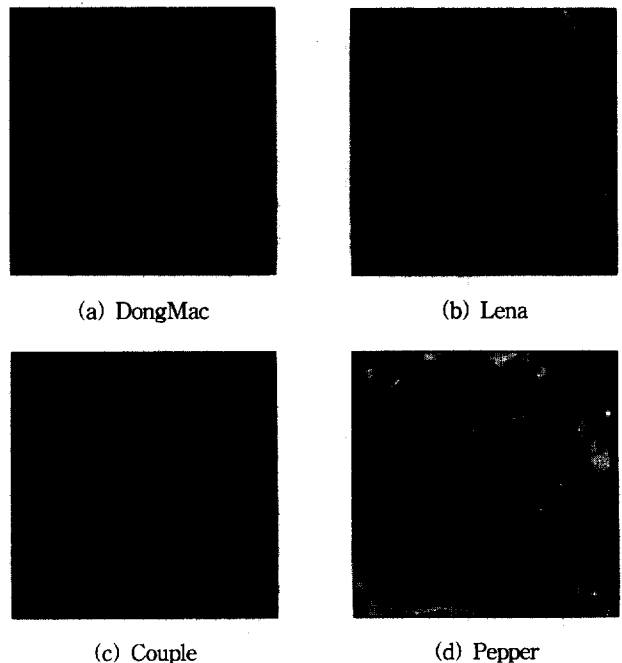
다음 (그림 3)은 제안하는 임계값 선택 알고리즘을 도식화한 것이다.



(그림 3) 제안한 알고리즘의 순서도

### 3. 실험 결과 및 고찰

본 연구에서 256×256 크기의 휘도 영상을 실험 영상으로 사용하였으며, 필터로는 쌍직교 스플라인 필터 BISF(3,1)를 사용하였다.



(그림 4) 실험에 사용한 영상들

원 영상과 잡음 영상 그리고 제안하는 방법으로 잡음을 제거한 방법과 기존의 방법을 비교하기 위하여 웨이블릿 계수들의 히스토그램 분포도를 살펴보고, 객관적 성능평가를 위하여 잡음 분산의 크기가 5, 7, 10이 첨가된 영상에 대하여 D&J의 "Universal Threshold"[7]로 임계값을 정한 방법과 비교 평가한다.

평가 지수[9]로는 SNR(Signal-to-Noise Ratio), MSE(mean squared error), PSNR(Peak Signal to Noise Ratio)을 계산하여 dB값으로 나타내었다. 각 지수의 수식은 다음과 같다.

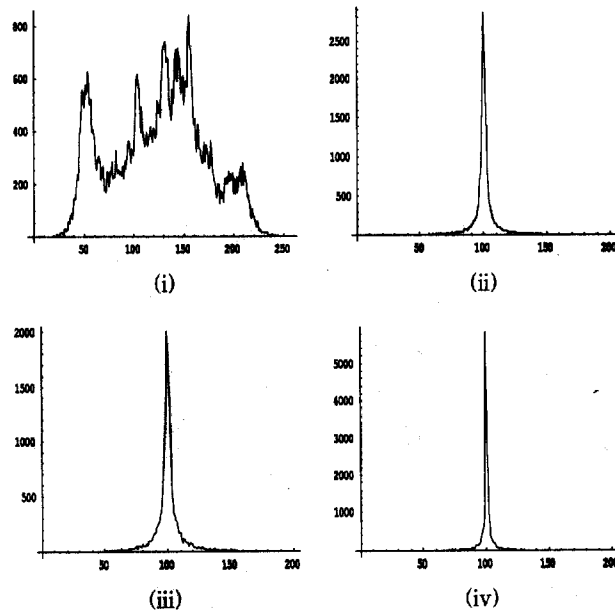
$$SNR(\delta) = 10 \log \frac{\sum_i f_i^2}{\sum_i \varepsilon_i^2} \quad (5)$$

$$MSE(\delta) = \frac{\sum_{i=0}^N (y_{\delta_i} - f_i)^2}{N} \equiv \frac{1}{N} \|\omega_{\delta}\|^2 \quad (6)$$

$$PSNR = 20 \log_{10} \frac{255^2}{\sqrt{MSE}} \quad (7)$$

### 3.1 히스토그램 분포에 의한 비교분석

(그림 5)는 Lena 원 영상에 대한 히스토그램의 분포도이다. (i)는 LL(근사정보) 대역, (ii)는 LH(상세 정보; 수직 성분)대역, (iii)는 HL(상세 정보; 수평 성분) 대역, (iv)는 HH(상세 정보; 대각 성분)대역을 각각 나타낸다.

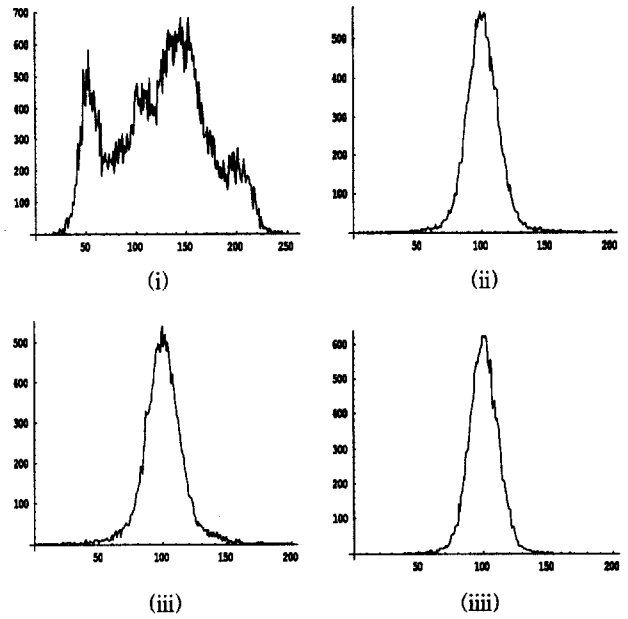


(그림 5) Lena 원 영상의 대역별 히스토그램

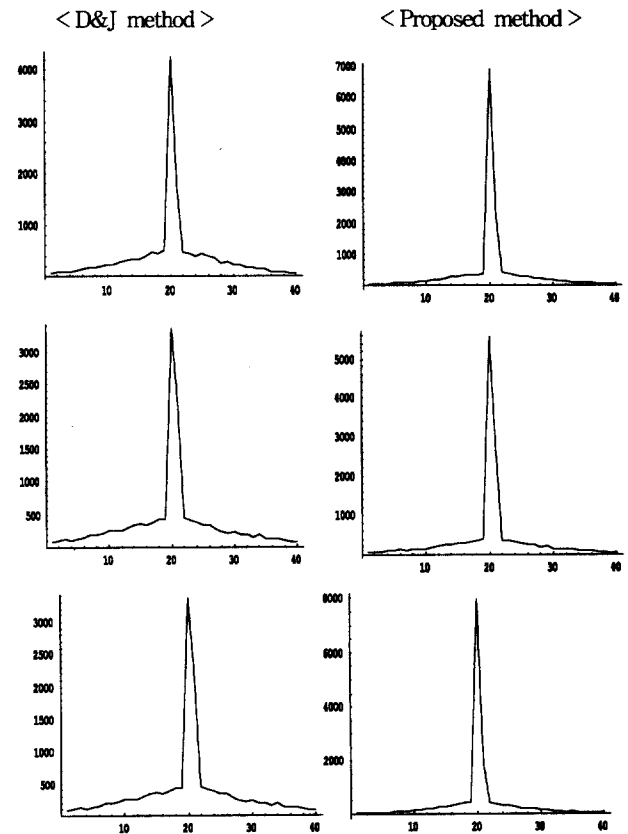
다음 (그림 6)은 잡음영상( $\sigma^2=10$ )에 대한 각 대역의 히스토그램이다. 상세 정보인 고주파 대역의 분포를 살펴보면, 잡음의 영향으로 원 영상에 비하여 계수들이 부풀려져 있다.

다음 (그림 7)은 D&J의 방법과 본 논문에서 제안하는 방법으로 잡음을 제거한 영상에 대하여 고주파 성분의 대역별 히스토그램을 나타낸 것이다. 위에서부터 차례로 LH, HL, HH

의 성분을 나타낸다. 제안하는 방법이 잡음에 의하여 부풀려진 부분을 제거하여 기존의 방법에 비하여 원 영상의 히스토그램에 근접하는 결과를 나타내었다. 위의 (그림 5), (그림 6), (그림 7)에서 고주파 영역의 그래프는 임의의 값만큼 x축으로 평행 이동하여 나타내었다.



(그림 6) 잡음 영상의 히스토그램( $\sigma^2=10$ )



(그림 7) 기존의 방법과 히스토그램 비교

3.2 원 영상과 잡음 영상에 대한 객관적 성능평가

다음 <표 2>는 잡음이 첨가되지 않은 원 영상에 대하여 본 논문에서 제안하는 방법으로 정한 임계값과 PSNR을 계산하여 나타내었다. 잡음 성분의 유무를 알지 못하는 실제 상황을 가정하여 무 잡음 영상에 대하여도 실험하였다. 대부분의 경우에 40dB 이상으로 우수한 성능을 나타내었다.

<표 2> 무 잡음 영상에 대한 결과표

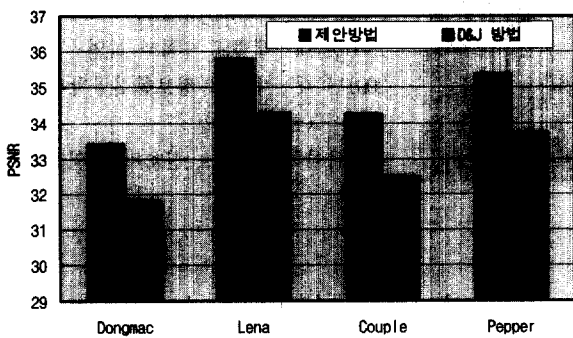
	LH	HL	HH	$\delta$	SNR	MSE	PSNR
(a)	5.5	5.31	5.5	5.43	26.92	14.48	36.52
(b)	1.81	2.93	0.5	1.75	37.26	1.33	46.86
(c)	4.62	5.0	3.0	4.20	29.42	8.14	39.02
(d)	3.25	3.43	2.0	2.89	32.59	3.92	42.18

제안하는 방법으로 선택된 임계값은 상세 정보에 해당하는 웨이블릿 변환 영역의 부 밴드의 통계량을 계산하므로, 잡음이 더 많이 첨가되었을 경우에는 임계값이 커지도록 조절된다.

다음은 영상에 대한 객관적인 평가 지수로 사용한 SNR, MSE, PSNR(dB) 에 대하여 잡음분산이 5 <표 3>, 잡음분산이 7 <표 4>, 잡음분산이 10 <표 5>에 대하여 기존의 방법과 제안하는 방법을 성능 비교하였다.

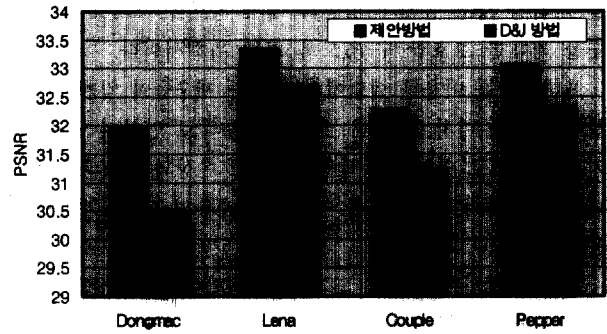
<표 3> 객관적 성능평가 결과 1 ( $\sigma^2 = 5$ )

평가지수	D&J 방법			Proposed		
	SNR	MSE	PSNR	SNR	MSE	PSNR
(a)	28.14	42.77	31.81	29.75	29.49	33.43
(b)	28.64	24.24	34.28	30.17	17.04	35.81
(c)	26.54	36.46	32.51	28.30	24.30	34.27
(d)	27.97	27.38	33.75	29.56	18.95	35.36



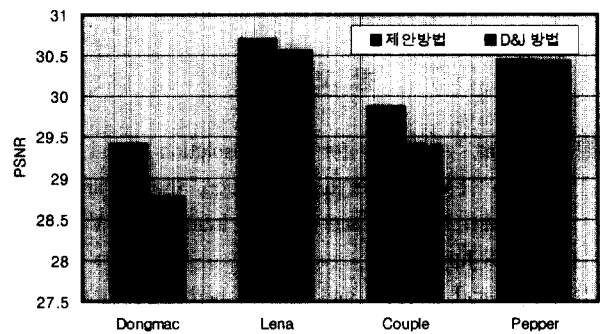
<표 4> 객관적 성능평가 결과 2 ( $\sigma^2 = 7$ )

평가지수	D&J 방법			Proposed		
	SNR	MSE	PSNR	SNR	MSE	PSNR
(a)	26.78	58.50	30.45	27.99	44.25	31.67
(b)	27.06	34.90	32.70	27.69	30.19	33.33
(c)	25.14	50.34	31.11	26.32	38.39	32.28
(d)	26.53	38.05	32.32	27.29	31.99	33.07



<표 5> 객관적 성능평가 결과 3 ( $\sigma^2 = 10$ )

평가지수	D&J 방법			Proposed		
	SNR	MSE	PSNR	SNR	MSE	PSNR
(a)	25.09	86.16	28.77	25.75	74.15	29.42
(b)	24.93	56.93	30.57	25.06	55.30	30.70
(c)	23.42	74.86	29.38	23.91	66.74	29.88
(d)	24.65	58.67	30.44	24.66	58.55	30.45



잡음 분산 5인 경우 평균 1.63dB, 잡음 분산 7인 경우 평균 0.94dB, 잡음 분산 10인 경우 평균 0.32dB만큼 제안한 가변적 임계값을 사용하는 방법이 기존의 고정 임계값을 사용하는 방법에 비하여 신호 대 잡음비가 향상된 결과를 얻었다.

4. 결론 및 향후 연구 과제

본 논문에서는 영상이 가우시안 잡음에 의해 손상되었다는 가정에서 이를 제거하기 위하여 웨이블릿 변환 영역에서 임계값을 설정하는 방법을 제안하였다. 잡음을 제거하기 위하여 중요한 것은 영상을 잡음영역과 잡음 외 영역으로 분리하는 것으로 지금까지 연구되어온 방법은 잡음의 분산을 추정하거나, 데이터의 개수를 이용하는 방법 등이 사용되었다. 그러나 잡음의 분산을 추정하는 것은 원 영상을 알지 못하는 실제 상황에서 계산하기 어려우며, 데이터의 개수에 의존하는 방법은 잡음의 분산에 적용하지 못하는 문제가 발생한다.

제안하는 방법은 웨이블릿 변환 영역의 상세 정보의 특성을 활용하여 각 대역의 중앙 편차를 평균한 값을 잡음영역과 잡음 외 영역으로 분리하는 기준으로 사용하였다. 이는 원 영상의 주요 정보를 담고 있는 저주파 영역에 대하여는 손실

을 가하지 않고 동시에 영상의 에지 정보를 가지고 있는 계수를 최대한 보호할 수 있도록 하기 위해서이다.

표준편차를 이용한 실험에서는 모든 계수들이 임계값의 결정에 영향을 미쳐 값이 큰 소수의 계수들로 인하여 임계값이 커지게 되므로 영상의 윤곽정보까지도 손상되는 결과를 나타내었다. 따라서 중앙편차를 이용하여 계수의 순서통계량을 적용하였다.

기존의 방법은 잡음의 크기에 비례하여 임계값을 설정하기 때문에 잡음분산의 크기가 같을 경우 영상의 통계량이 달라지더라도 동일한 임계값을 적용하게 되나 제한하는 방법은 영상의 통계량에 따라 가변적으로 임계값이 정해지므로 상이한 영상의 경우에는 각 영상에 따라 임계값이 달라지게 된다. 또한 고주파 계수들만을 이용하므로 계산량이 많지 않으며, 잡음 분산의 크기에 따라 고주파 계수들의 크기가 달라지므로 잡음의 양에 대응할 수 있게 된다. 또한 원 영상을 알지 못하는 경우에도 잡음의 크기를 추정하지 않고 사용할 수 있으므로 실제의 응용에 적극 활용할 수 있다.

### 참 고 문 헌

- [1] S. Mallat, "A Theory for multi-resolution Signal Decomposition : The Wavelet Representation," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.11, pp. 674-693, July, 1989.
- [2] S. Pittner, J. Schneid, and C. W. Ueberhuber, Wavelet Literature Survey, Technical University of Vienna, Austria, 1993.
- [3] D. Donoho, "De-noising via soft thresholding," Technical Report 409, Department of Statistics, Stanford University, 1992.
- [4] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, G. Kerkyacharian, and D. Picard. Wavelet Shrinkage : Asymptopia J. Roy. Statistic. Soc. Series B, pp.57(2) : 301-369, 1995.
- [5] D. Kundur, D. Hatzinakos, "Digital Water marking Using Multiresolution Wavelet Decomposition," Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech & Signal Processing, pp.1647-1650, 1998.
- [6] Y. Xu, J. B. Weaver, D. M. Healy, and J. Lu, "Wavelet transform domain filters : a spatially selective noise filtration technique," IEEE Transactions on Image Processing, 3(6), pp.747-758, 1994.
- [7] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Ideal Spatial Adaptation via wavelet Shrinkage," Biometrica, Vol.81, pp.425-455, 1994.
- [8] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, G. Kerkyacharian, and D. Picard. Wavelet Shrinkage : Asymptopia J. Roy. Statistic. Soc. Series B, pp.57(2) : 301-369, 1995.
- [9] A. N. Netravali and B. G. Haskell, Digital Pictures : Representation, Compression, and Standards (2nd Ed), Plenum Press, New York, NY, 1995.

### 이 형

e-mail : hlee@dragon.taejon.ac.kr

1964년 서울대학교 사범대학교 수학과 졸업

1971년 성균관대학교 전자계산학과 석사

1992년 조선대학교 전기공학과 박사

1993년~현재 대전대학교 컴퓨터정보통신

공학부 교수

1995년~1997년 대전대학교 전자계산소 소장

1999년~2001년 대전대학교 공과대학 학장

2000년~현재 한국정보기술응용학회 회장

2000년~현재 대전대학교 산학협력연구원장

2000년~현재 대전대학교 한의학응용공학연구소장

관심분야 : 계산이론, 컴퓨터그래픽스, 영상처리

### 조 현 속

e-mail : chojo@ice.taejon.ac.kr

1996년 대전대학교 수학과 졸업

2001년 대전대학교 정보통신공학과

(공학석사)

관심분야 : wavelets, 신호처리, 영상검색