DOI: 10.3745/KIPSTA.2009.16-A.4.299

계층적 폴디드 하이퍼스타 네트워크의 임베딩 알고리즘

김 종 석[†] · 이 형 옥[††] · 김 성 원[†††]

요 약

계층적 폴디드 하이퍼스타 네트워크는 동일한 노드 개수를 갖는 계층적 네트워크인 $HCN(n,n)$과 $HFN(n,n)$보다 망비용이 우수한 연결망이다. 본 연구에서는 하이퍼큐브, $HCN(n,n)$, $HFN(n,n)$과 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$ 사이의 임베딩을 분석한다.

임베딩 결과는 $HCN(n,n)$, $HFN(n,n)$, 하이퍼큐브 Q_{2n}은 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$에 확장율 $\frac{C_n^2}{2^{2n}}$과 연장율 2, 3, 4로 각각 임베딩 가능하다. 또한, 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$는 계층적 네트워크인 $HFN(2n,2n)$에 연장율 1에 임베딩 가능하다. 이러한 임베딩 결과는 하이퍼큐브, $HCN(n,n)$, $HFN(n,n)$에서 개발된 알고리즘을 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$에서 효율적으로 활용 가능함을 의미한다.

키워드 : 상호연결망, 폴디드 하이퍼스타 연결망, 임베딩, 연장율, 알고리즘

Embedding Algorithms of Hierarchical Folded HyperStar Network

Kim Jongseok[†] · Lee Hyeongok[††] · Kim Sung Won[†††]

ABSTRACT

Hierarchical Folded HyperStar Network has lower network cost than $HCN(n,n)$ and $HFN(n,n)$ which are hierarchical networks with the same number of nodes. In this paper, we analyze embedding between Hierarchical Folded HyperStar $HFH(C_n,C_n)$ and Hypercube, $HCN(n,n)$, $HFN(n,n)$. The results of embedding are that $HCN(n,n)$, $HFN(n,n)$ and Hypercube $Q_{2}n$ can be embedded into $HFH(C_n,C_n)$ with expansion $\frac{C_n^2}{2^{2n}}$ and dilation 2, 3, and 4, respectively. Also, $HFH(C_n,C_n)$ can be embedded into $HFN(2n,2n)$ with dilation 1. These results mean so many developed algorithms in Hypercube, $HCN(n,n)$, $HFN(n,n)$ can be used efficiently in $HFH(C_n,C_n)$.

Keywords : Interconnection Network, Folded Hyperstar Network, Embedding, Dilation, Algorithm

1. 서 론

대규모 병렬처리 시스템에서 공학과 과학 분야의 다양한 응용분야 알고리즘을 효율적으로 수용하고, 병렬처리 시스템이 좋은 성능을 발휘하기 위해서는 시스템을 구성하는 프로세서를 연결하는 상호연결망(interconnection network)의 역할이 매우 중요하다. 지금까지 병렬처리 시스템을 위한 상호연결망으로 노드 개수를 기준으로 분류하면 토러스(torus) 부류, 하이퍼큐브(hypercube) 부류, 하이퍼스타 부류, 스타(star)그래프 부류 등이 제안되었다. 상호연결망을 평가하는 척도는 분지수(degree), 대칭성(symmetric), 확장성(scalability), 망비용(network cost), 고장허용도(fault tolerance), 지름(diameter), 방송(broadcasting), 임베딩(embedding) 등이 있다[3, 4, 10, 13].

그래프의 임베딩은 어떤 그래프 G가 다른 그래프 H에 포함 혹은 어떻게 연관되어 있는지를 분석하여 그래프 G에서 개발된 알고리즘을 H에서 얼마나 효율적으로 활용할 수 있는지를 평가하는 척도이다. 임베딩의 비용을 나타내는 척도는 연장율(dilation), 밀집율(congestion), 확장율(expansion)이 사용되고 있다[2, 5, 11].

하이퍼큐브 상호연결망은 2진수를 이용하여 노드 주소를 표현하고, 각종 응용 분야에서 요구하는 통신망 구조를 쉽게 제공할 수 있는 장점이 있어 기존의 연구용 및 상용 시스템에 널리 사용되고 있다. 하이퍼큐브 연결망의 특징은 노드 및 에지 대칭성, 간단한 라우팅 알고리즘, 최대 고장 허용도, 단순한 재귀적 구조를 가지고 있으며 기존에 제안된 다양한 상호 연결망과 임베딩이 가능하다는 장점을 가지

† 정 회 원 : 영남대학교 전자정보공학부 연구교수
†† 종신회원 : 순천대학교 컴퓨터교육과 부교수(교신저자)
††† 정 회 원 : 영남대학교 전자정보공학부 부교수
논문접수 : 2009년 2월 25일
수 정 일 : 1차 2009년 5월 6일
심사완료 : 2009년 5월 27일

고 있다[4,6,10]. 이러한 하이퍼큐브 연결망을 기반으로 하면서 변형된 연결망 구조로 [1, 7, 12]이 있으며, 하이퍼큐브를 기반으로 계층적 상호연결망 형태를 갖는 $HCN(n,n)$[14], $HFN(n,n)$[3]이 제안되었다.

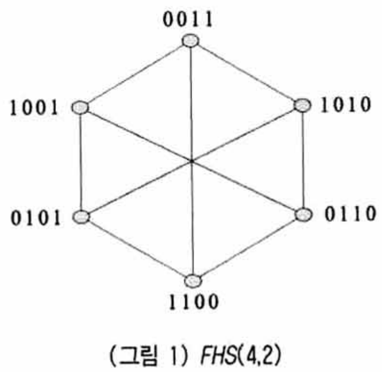
하이퍼스타 $HS(2n,n)$ 연결망은 노드 주소를 표현하는데 하이퍼큐브와 동일하게 2진수를 이용하고, 노드를 연결하는 에지는 스타그래프의 성질을 갖도록 정의되었다. 하이퍼스타 $HS(2n,n)$은 같은 노드수를 갖는 하이퍼큐브보다 망비용(network cost)이 개선되었고, 차원이 증가함에 따라 노드수가 급격하게 증가하는 스타그래프의 단점을 개선한 연결망이다. 하이퍼스타 연결망은 간단한 라우팅 알고리즘, 최대고장 허용도와 유용한 확장성을 가지고 있으며, 고장지름(fault diameter), 방송, 이분할(bipartite), 진단도(diagnosis) 등이 분석되었다[8, 9, 15]. 폴디드 하이퍼스타 연결망은 그래프이론 관점에서 좋은 성질을 갖는 하이퍼스타 연결망의 지름(diameter)을 1/2 정도 개선하기 위해 제안된 연결망이다[9,16]. 계층적 폴디드 하이퍼스타 연결망은 폴디드 하이퍼스타 연결망을 기반으로 계층적으로 구성된 상호연결망으로 제안되었다[17].

본 연구에서는 폴디드 하이퍼스타 $FHS(2n,n)$ 연결망을 기반으로 설계된 계층적(hierarchical) 폴디드 하이퍼스타 연결망의 임베딩 성질을 분석하고자 한다. 본 논문에서는 $2n$개의 이진수에서 동일한 2진수 0 또는 1을 n개 선택하는 노드의 개수 즉, $2n$개의 이진수에서 n개를 선택하는 조합(combination)을 나타내는 수식으로 $\binom{2n}{n}$을 C_n으로 표시하겠다.

본 논문의 구성은 2장에서 폴디드 하이퍼스타와 계층적 폴디드 하이퍼스타 연결망의 기본 성질을 알아보고, 3장에서 본 연구에서 제시하는 하이퍼큐브, $HCN(n,n)$, $HFN(n,n)$과 계층적 폴디드 하이퍼스타 연결망과의 임베딩을 분석하고, 마지막으로 결론을 맺는다.

2. 관련 연구

폴디드 하이퍼스타 $FHS(2n,n)$는 C_n개의 노드로 구성된 연결망으로 각 노드는 $2n$개의 이진비트스트링 $u_1u_2...u_i...u_{2n}$으로 표현되며, 이진수 비트 1의 개수와 비트 0의 개수는 각각 n개 이다. $FHS(2n,n)$의 임의의 두 노드를 U와 V라고 하자. 두 노드 U와 V를 연결하는 에지는 2가지가 있다. 첫째, 심볼 u_1과 심볼 u_i가 보수이고, 심볼 u_1과 u_i가 교환된 두 노드 $U=u_1u_2...u_i...u_{2n}$와 $V=u_iu_2...u_1...u_{2n}$, $(2 \le i \le 2n)$ 사이에 에지가 발생하며, 이때 노드 U와 V를 연결하는 에지를 i-에지라고 한다. 둘째, 노드 U와 V가 보수 관계에 있는 경우(즉, 노드 $U=u_1u_2...u_i...u_{2n}$이고 $V=\overline{u_1u_2 \cdots u_i \cdots u_{2n}}$) 에지가 발생하며, 이때 노드 U와 V를 연결하는 에지를 c-에지라고 한다[9]. (그림 1)은 $FHS(4,2)$을 나타낸다.

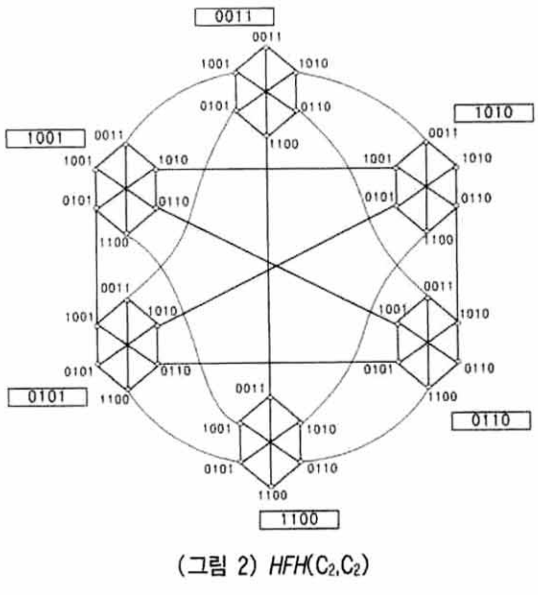


(그림 1) $FHS(4,2)$

$FHS(2n,n)$의 임의의 두 노드를 $U=u_1u_2...u_i...u_{2n}$와 $V=v_1v_2...v_i...v_{2n}$이라 할 때, 두 노드 U와 V 사이에 Exclusive-OR함수($\oplus$)를 적용시킨 결과를 $R=r_1r_2...r_i...r_{2n}$, $(r_i=u_i \oplus v_i)$이라고 표시하겠다$(1 \le i \le 2n)$. 두 노드 U와 V 사이의 거리(distance)를 $dist(U,V)$라고 표시하면, 두 노드 사이의 거리 $dist(U,V)$는 다음과 같다. $num(R)$는 $r_i=1$인 r_i의 개수를 나타낸다$(1 \le i \le 2n)$.

$$dist(U,V) = \begin{cases} d=\sum_{i=2}^{2n} r_i & \text{if} \quad 1 \le num(r_i) \le n \\ 2n-d & \text{if} \quad n+1 \le num(r_i) \le 2n \end{cases}$$

폴디드 하이퍼스타 $FHS(2n,n)$ 연결망을 기본 모듈로 하는 계층적 폴디드 하이퍼스타(HFH)는 $FHS(2n,n)$를 클러스터로 갖는 연결망이다. $HFH(C_n,C_n)$은 폴디드 하이퍼스타 $FHS(2n,n)$을 클러스터로 가지며, 노드의 주소는 두 개의 요소 (I,J)로 표현하며, I와 J를 구성하는 비트스트링의 각각의 개수는 $2n$개이다. 노드 주소 표현 (I,J)에서 I는 클러스터 주소를 나타내고, J는 클러스터 내부의 노드 주소를 나타낸다. $HFH(C_n,C_n)$의 에지는 클러스터와 클러스터를 연결하는 에지와 클러스터 내부의 노드를 연결하는 에지로 구성된다. 클러스터와 클러스터를 연결하는 에지를 외부에지라 하고, 외부에지는 노드 주소 (I,J)에 따라 결정된다. 노드 주소에



(그림 2) $HFH(C_2,C_2)$

서 $I \neq J$인 경우에 두 노드 (I,J)와 (J,I) 사이에 외부에지가 존재한다. 만약, 노드 주소가 $I=J$인 경우에는 클러스터와 클러스터를 연결하는 에지가 존재하지 않는다. 외부에지를 제외한 나머지 에지 즉, 클러스터 내부의 노드를 연결하는 에지를 내부에지라고 한다. $HFH(C_n,C_n)$의 노드는 에지 정의에 의해 노드 분지수가 $n+1$ 또는 $n+2$를 갖는다. (그림 2)는 $HFH(C_2,C_2)$의 구조를 나타낸다. 예를 들어, $HFH(C_2,C_2)$에서 사각형 내부에 있는 주소는 클러스터 주소이고, 나머지는 클러스터 내부의 노드 주소이다. $HFH(C_2,C_2)$에서 노드 (0011,1010)와 외부에지에 의해 인접한 노드 주소는 (1010,0011)이다. 단, 노드 (0011,0011)와 외부에지에 의해 인접한 노드는 존재하지 않는다.

3. 임베딩 분석

그래프 G의 그래프 H에 대한 임베딩 f는 다음과 같이 정의되는 함수의 쌍(ϕ,ρ)을 말한다. ϕ는 G의 정점 집합 $V(G)$를 H의 정점 집합 $V(H)$에 대응시키는 함수이고, ρ는 G의 에지 $e=(v,w)$에서 $\phi(v)$와 $\phi(w)$를 잇는 H상의 경로로 대응시키는 함수이다. 임베딩의 비용을 나타내는 척도는 연장율(dilation), 밀집율(congestion), 확장율(expansion)이 사용되고 있다. 그래프 G의 에지 e의 연장율은 H상에서의 경로 $\rho(e)$의 길이를 말하고, 임베딩 f의 연장율은 G의 모든 에지의 연장율 중 최대값이다. 그래프 H의 에지 e'의 밀집율은 e'에 포함되는 $\rho(e)$의 개수를 말하고, 임베딩 f의 밀집율은 H의 모든 에지의 밀집율 중 최대값이다. 임베딩 f의 확장율은 G의 정점의 개수에 대한 H의 정점의 개수의 비율이다.

$2n$-차원 하이퍼큐브 Q_{2n}을 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$로 임베딩하는 방법은 하이퍼큐브 Q_{2n}의 노드 주소를 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 주소와 동일한 길이로 확장한다. 하이퍼큐브 Q_{2n}의 노드 S와 노드 S에 인접한 S'를 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 P와 P'로 각각 사상한다. 이때 사상된 노드 P의 주소는 노드 S와 동일하고, 노드 P'의 주소는 S'의 주소와 동일하도록 사상한다. 임베딩의 연장율(dilation)은 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 P에서 P'까지 최단경로 라우팅을 위해 필요한 에지개수를 이용하여 분석한다.

[보조정리1] $2n$-차원 하이퍼큐브 Q_{2n}의 노드 주소를 확장하여 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 주소를 생성할 수 있다.

[증명] 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 주소는 $P=(K,L)$로 나타내고, 주소 K와 L 각각은 $2n$개의 이진비트로 구성되어 있으며, K와 L에서 이진수 0과 1은 각각 n개로 구성되어 있다.

하이퍼큐브 Q_{2n}의 임의의 노드 $S=(s_1s_2...s_ns_{n+1}...s_{2n})$에서 가장왼쪽의 n개 비트열 $s_1s_2...s_n$을 I라 하고, 나머지 n개 비트열 $s_{n+1}...s_{2n}$을 J라 할 때, 노드 $S=(I,J)$로 표현한다. 노드 $S=(I,J)$에서 I와 J 각각의 비트열을 $2n$개로 확장하기 위해 n개 비트열 I와 I의 보수 $\bar{I}$를 접합(concatenation)하고, J와 J의 보수 $\bar{J}$를 접합하여 $S=(I \bullet \bar{I}, J \bullet \bar{J})$로 나타낸다. 노드 $S=(I \bullet \bar{I}, J \bullet \bar{J})$에서 비트열 $I \bullet \bar{I}$은 $2n$개의 비트열이고 이진수 0과 1의 개수는 각각 n개임을 알 수 있으며, 비트열 $J \bullet \bar{J}$도 동일한 특성을 갖는다. 또한, 하이퍼큐브 Q_{2n}의 임의의 노드 $S=(s_1s_2...s_ns_{n+1}...s_{2n})$의 주소를 확장한 $S=(s_1s_2\cdots s_n\overline{s_1s_2\cdots s_n}s_{n+1}s_{n+2}\cdots s_{2n}\overline{s_{n+1}s_{n+2}\cdots s_{2n}})$는 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 주소 중 한 가지임을 알 수 있다. 이하 논문에서 비트열 I와 J를 접합한 $I \bullet J$를 간단히 IJ로 나타낸다. ■

예를 들어, 하이퍼큐브 Q_4의 임의의 노드 $S=(0010)$이라 하면, 전체 4비트스트링을 2비트씩 나누어 표현하면 $S=(00,10)$로 표현할 수 있다. 노드 $S=(00,10)$의 주소를 확장하면 $S=(0011,1001)$이고, 확장된 노드 $S=(0011,1001)$의 주소는 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_2,C_2)$의 노드 주소 중 한 가지이다.

[정리1] $2n$-차원 하이퍼큐브 Q_{2n}은 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$에 연장율 4, 확장율 $\frac{C_n^2}{2^{2n}}$ 에 임베딩 가능하다.

[증명] $2n$-차원 하이퍼큐브 Q_{2n}의 노드 $S=(s_1s_2...s_ns_{n+1}...s_{2n})$에서 가장왼쪽의 n개 비트열 $s_1s_2...s_n$을 I라 하고, 나머지 n개 비트열 $s_{n+1}...s_{2n}$을 J라 할 때, 노드 $S=(I,J)$로 표현한다고 하자. 이와 유사하게 노드 S와 인접한 노드를 $S'=(K,L)$이라 하자. 노드 $S=(I,J)$와 $S'=(K,L)$는 하이퍼큐브 정의에 의해 u번째 비트가 서로 다른 노드이고, 이때 노드 $S=(I,J)$와 $S'=(K,L)$를 연결하는 에지를 u-차원 에지라 한다($1 \le u \le 2n$). u-차원 에지의 위치에 따라 2가지 경우로 나누어 증명한다.

(경우1) u-차원에지에서 $n+1 \le u \le 2n$인 경우

하이퍼큐브 Q_{2n}의 노드 $S=(s_1s_2...s_ns_{n+1}...s_{2n})$와 노드 S'가 u-차원에지($n+1 \le u \le 2n$)에 의해 인접하므로 노드 $S=(I,J)$와 $S'=(K,L)$로 표현된 주소에서 $I=K$이고, J와 L의 해밍거리(hamming distance) $H_{JL}=1$이다. 따라서 노드 $S=(I,J)$이고, $S'=(I,L)$로 나타낼 수 있다. 노드 $S=(I,J)$와 $S'=(I,L)$의 주소를 보조정리1에 의해 확장하면 노드 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$이고, $S'=(I\bar{I},L\bar{L})$로 확장할 수 있다. 비트열 J와 L의 해밍거리 $H_{JL}=1$이므로 비트열 $(J\bar{J})$와 $(L\bar{L})$의 해밍거리는 2이다.

계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 P와 P'가 있을 때, 하이퍼큐브 Q_{2n}의 노드 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$를 노드 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 동일한 노드주소 갖는 노드 P로 사상하고, 노드 $S'=(I\bar{I},L\bar{L})$를 노드 $S'=(I\bar{I},L\bar{L})$와 동일한 노드주소를

갖는 노드 P'로 사상한다. 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$에서 노드 $P'=(I\bar{I},L\bar{L})$까지 라우팅을 위한 최단경로를 통해 연장율을 알아본다. 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$와 $P'=(I\bar{I},L\bar{L})$에서 비트열 $(J\bar{J})$와 $(L\bar{L})$의 해밍거리는 2이므로 연장율 2임을 쉽게 알 수 있다.

(경우2) u-차원에지에서 $1\le u\le n$인 경우

하이퍼큐브 Q_{2n}의 노드 $S=(s_1s_2...s_ns_{n+1}...s_{2n})$와 노드 S'가 u-차원에지($1\le u\le n$)에 의해 인접하므로 노드 $S=(I,J)$와 $S'=(K,L)$로 표현된 주소에서 $J=L$이고, I와 K의 해밍거리 $H_{IK}=1$이다. 따라서 노드 $S=(I,J)$이고, $S'=(K,J)$로 나타낼 수 있다. 노드 $S=(I,J)$와 $S'=(K,J)$의 주소를 보조정리1에 의해 확장하면 노드 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$이고, $S'=(K\bar{K},J\bar{J})$로 확장할 수 있다. 비트열 I와 K의 해밍거리 $H_{IK}=1$이므로 비트열 $(I\bar{I})$와 $(K\bar{K})$의 해밍거리는 2이다.

계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 P와 P'가 있을 때, 하이퍼큐브 Q_{2n}의 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 동일한 노드주소를 P로 사상하고, 노드 $S'=(K\bar{K},J\bar{J})$와 동일한 노드주소를 P'로 사상한다. 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$에서 노드 $P'=(K\bar{K},J\bar{J})$까지 라우팅을 위한 최단경로를 통해 연장율을 알아본다. $HFH(C_n,C_n)$의 임의의 노드 K의 노드 주소 $K=(S,T)$에서 노드 주소의 변경은 폴디드 하이퍼스타 내부의 노드 주소인 비트열 T에서만 변경할 수 있다. 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$에서 $P'=(K\bar{K},J\bar{J})$까지 라우팅 경로상의 노드는 $\langle(I\bar{I},J\bar{J}),(J\bar{J},I\bar{I}),(J\bar{J},K\bar{K}),(K\bar{K},J\bar{J})\rangle$이다. 위의 경로에서 노드 $(J\bar{J},I\bar{I})$에서 노드 $(J\bar{J},K\bar{K})$까지 경로길이는 $(I\bar{I})$와 $(K\bar{K})$의 해밍거리 2에 의해 경로길이가 2이다. 따라서 라우팅 경로상의 전체 연장율은 4임을 알 수 있다.

$2n$-차원 하이퍼큐브 Q_{2n}의 노드 개수는 2^{2n}이고, 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 개수는 C_n^2이므로 확장율은 $\frac{C_n^2}{2^{2n}}$임을 알 수 있다. ■

예를 들어, 하이퍼큐브 Q_4의 임의의 노드 $S=(0010)$와 인접한 노드 $S'=\{0011, 0000, 0110, 1010\}$으로 4개 존재한다.

노드 $S=(0010)$와 인접한 노드 $S'=(0011)$인 경우는 정리1의 (경우1)에 해당한다. 노드 $S=(0010)$와 $S'=(0011)$의 주소를 보조정리에 의해 확장하면 $S=(0011,1001)$이고, $S'=(0011,1100)$이다. 하이퍼큐브의 노드 $S=(0011,1001)$와 $S'=(0011,1100)$가 계층적 폴디드 하이퍼스타의 노드 P와 P'로 각각 사상하면 노드 $P=(0011,1001)$이고, $P'=(0011,1100)$이다. 계층적 폴디드 하이퍼스타의 노드 $P=(0011,1001)$에서 $P'=(0011,1100)$까지 최단경로 라우팅에서 경유하는 노드 시퀀스는 $\langle(0011,1001),(0011,0101),(0011,1100)\rangle$이므로 연장율은 2이다.

노드 $S=(0010)$와 인접한 노드 $S'=(0110)$인 경우는 정리1의 (경우2)에 해당한다. 노드 $S=(0010)$와 $S'=(0110)$의 주소를 보조정리에 의해 확장하면 $S=(0011,1001)$이고, $S'=(0110,1001)$이다. 하이퍼큐브의 노드 $S=(0011,1001)$와 $S'=(0110,1001)$가 계층적 폴디드 하이퍼스타의 노드 P와 P'로 각각 사상하면 노드 $P=(0011,1001)$이고, $P'=(0110,1001)$이다. 계층적 폴디드 하이퍼스타의 노드 $P=(0011,1001)$에서 $P'=(0110,1001)$까지 최단경로 라우팅에서 경유하는 노드 시퀀스는 $\langle(0011,1001),(1001,0011),(1001,1010),(1001,0110),(0110,1001)\rangle$이므로 연장율은 4이다.

[따름정리1] $2n$-차원 하이퍼큐브 Q_{2n}은 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$으로 임베딩의 평균 연장율은 3이다.

[증명] $2n$-차원 하이퍼큐브 Q_{2n}의 노드 $S=(s_1s_2...s_ns_{n+1}...s_{2n})$에서 u-차원 에지에 의해 인접한 노드는 $2n$개이다($1\le u\le 2n$). 위의 정리1에 의해 노드 S에서 연장율 2로 임베딩 되는 노드가 n개 있고, 노드 S에서 연장율 4로 임베딩 되는 노드가 n개 있다. 따라서 평균 연장율은 $(2n+4n)/2n$이므로 3이다. ■

[정리2] $HCN(n,n)$은 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$에 연장율 3, 확장율 $\frac{C_n^2}{2^{2n}}$에 임베딩 가능하다.

[증명] $HCN(n,n)$의 노드 $S=(I,J)$에서 인접한 노드는 내부에지 n개 즉, 하이퍼큐브 에지에 의해 인접한 노드와 외부에지에 의해 인접한 한 개 노드로 구성된다. 외부에지는 I와 J의 관계에 따라 정의된다. 노드 $S=(I,J)$와 인접한 노드 S'의 관계를 내부에지와 외부에지로 나누어 증명한다.

(경우1) 내부에지인 경우

$HCN(n,n)$의 노드 $S=(I,J)$와 노드 $S'=(K,L)$가 내부에지에 의해 인접하면 두 노드 S와 S'는 동일한 클러스터에 속하는 노드이므로 클러스터 주소 $I=K$이다. 따라서 노드 $S=(I,J)$이고, 노드 $S'=(I,L)$이다. 또한 클러스터 내부의 노드주소 J와 L의 해밍거리는 1이다. 노드 $S=(I,J)$와 $S'=(I,L)$의 주소를 보조정리1에 의해 확장하면 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 $S'=(I\bar{I},L\bar{L})$이고, 내부노드 주소 $J\bar{J}$와 $L\bar{L}$의 해밍거리는 2이다. $HCN(n,n)$의 노드 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 $S'=(I\bar{I},L\bar{L})$를 동일한 노드 주소를 갖는 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 P와 P'로 각각 사상한다. 노드 사상 후 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$이고, $P'=(I\bar{I},L\bar{L})$이다. $HFH(C_n,C_n)$의 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$에서 노드 $P'=(I\bar{I},L\bar{L})$까지 라우팅을 위한 최단경로상의 노드 시퀀스는 $\langle(I\bar{I},J\bar{J}),(I\bar{I},L\bar{L})\rangle$이다. 경로상의 두 노드에서 주소 $J\bar{J}$와 $L\bar{L}$의 해밍거리는 2이므로 연장율은 2이다.

(경우2) 외부에지인 경우

$HCN(n,n)$의 노드 $S=(I,J)$와 노드 $S'=(K,L)$가 외부에지에 의해 인접하면 두 노드 S와 S'는 서로 다른 클러스터에 속하는 노드이므로 클러스터 주소 $I\neq K$이다. 따라서 노드 $S=(I,J)$이고, 노드 $S'=(K,L)$이다. 외부에지는 I와 J의 관계에 따라 다음 2가지 경우로 나눈다.

(경우2.1) $I=J$인 경우

$HCN(n,n)$의 노드 $S=(I,J)$와 노드 $S'=(K,L)$에서 $I=J$이면, 노드 $S=(I,I)$이고, 노드 $S=(I,I)$와 외부에지에 의해 인접한 노드 $S'=(\bar{I},\bar{I})$이다. 노드 $S=(I,I)$와 $S'=(\bar{I},\bar{I})$의 주소를 보조정리1에 의해 확장하면 노드 $S=(I\bar{I},I\bar{I})$와 $S'=(\bar{I}I,\bar{I}I)$이다. $HCN(n,n)$의 노드 $S=(I\bar{I},I\bar{I})$와 $S'=(\bar{I}I,\bar{I}I)$를 동일한 노드 주소를 갖는 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 P와 P'로 각각 사상한 후, 노드 주소는 $P=(I\bar{I},I\bar{I})$이고, $P'=(\bar{I}I,\bar{I}I)$이다. $HFH(C_n,C_n)$의 노드 $P=(I\bar{I},I\bar{I})$에서 $P'=(\bar{I}I,\bar{I}I)$까지 라우팅을 위한 최단경로상의 노드 시퀀스는 $\langle(I\bar{I},I\bar{I}),(I\bar{I},\overline{I\bar{I}}),(\overline{I\bar{I}},I\bar{I}),(\overline{I\bar{I}},\overline{I\bar{I}})\rangle$이다. 여기서 노드 $(I\bar{I},\overline{I\bar{I}})=(I\bar{I},\bar{I}I)$이고, $(\overline{I\bar{I}},\overline{I\bar{I}})=(\bar{I}I,\bar{I}I)$이므로 최단경로상의 노드 시퀀스는 $\langle(I\bar{I},I\bar{I}),(I\bar{I},\bar{I}I),(\bar{I}I,I\bar{I}),(\bar{I}I,\bar{I}I)\rangle$이므로 연장율 3이다.

(경우2.2) $I\neq J$인 경우

$HCN(n,n)$의 노드 $S=(I,J)$와 노드 $S'=(K,L)$에서 $I\neq J$이면, 노드 $S=(I,J)$이고, 노드 $S=(I,J)$와 외부에지에 의해 인접한 노드 $S'=(J,I)$이다. 노드 $S=(I,J)$와 $S'=(J,I)$의 주소를 보조정리1에 의해 확장하면 노드 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 $S'=(J\bar{J},I\bar{I})$이다. $HCN(n,n)$의 노드 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 $S'=(J\bar{J},I\bar{I})$을 동일한 노드 주소를 갖는 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 P와 P'로 각각 사상한 후, 노드 주소는 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$이고, $P'=(J\bar{J},I\bar{I})$이다. $HFH(C_n,C_n)$의 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$와 노드 $P'=(J\bar{J},I\bar{I})$는 에지 정의에 의해 비지름에지(non-diameter edge)에 의해 인접한 노드이므로 연장율은 1이다.

$HCN(n,n)$의 노드 개수는 2^{2n}이고, 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 개수는 C_n^2이므로 확장율은 $\dfrac{C_n^2}{2^{2n}}$임을 알 수 있다. ■

예를 들어, $HCN(3,3)$의 임의의 노드 $S=(010,110)$와 인접한 노드 $S'=\{(010,111),(010,100),(010,010),(110,010)\}$으로 4개 존재한다.

노드 $S=(010,110)$와 인접한 노드 중 $S'=(010,100)$인 경우는 정리2의 (경우1)에 해당한다. 노드 $S=(010,110)$와 $S'=(010,100)$의 주소를 보조정리에 의해 확장하면 $S=(010101,110001)$이고, $S'=(010101,100011)$이다. $HCN(3,3)$의 노드 $S=(010101,110001)$이고, $S'=(010101,100011)$가 $HFH(C_3,C_3)$의 노드 P와 P'로 각각 사상하면 노드 $P=(010101,110001)$이고, $P'=(010101,100011)$이다. $HFH(C_3,C_3)$의 노드 $P=(010101,110001)$에서 $P'=(010101,100011)$까지 최단경로 라우팅에서 경유하는 노드 시퀀스는 $\langle(010101,110001),(010101,010011),(010101,100011)\rangle$이므로 연장율은 2이다.

노드 $S=(010,110)$와 인접한 노드 $S'=(110,010)$인 경우는 정리2의 (경우2.2)에 해당한다. 노드 $S=(010,110)$와 $S'=(110,010)$의 주소를 보조정리1에 의해 확장하면 $S=(010101,110001)$이고, $S'=(110001,010101)$이다. $HCN(3,3)$의 노드 $S=(010101,110001)$와 $S'=(110001,010101)$가 $HFH(C_3,C_3)$의 노드 P와 P'로 각각 사상하면 노드 $P=(010101,110001)$이고, $P'=(110001,010101)$이다. $HFH(C_3,C_3)$의 노드 $P=(010101,110001)$와 노드 $P'=(110001,010101)$는 에지 정의에 의해 비지름에지(non-diameter edge)에 의해 인접한 노드이므로 연장율은 1이다.

[정리3] $HFN(n,n)$은 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$에 연장율 2, 확장율 $\dfrac{C_n^2}{2^{2n}}$에 임베딩 가능하다.

[증명] $HFN(n,n)$의 노드 $S=(I,J)$에서 인접한 노드는 내부에지 $(n+1)$개(즉, 하이퍼큐브 에지에 의해 인접한 노드 n개와 노드주소가 보수 관계를 갖는 노드를 연결하는 폴디드 에지 1개), 외부에지에 의해 인접한 한 개 노드로 구성된다. 외부에지는 $I\neq J$인 경우에만 정의된다. 노드 $S=(I,J)$와 인접한 내부에지와 외부에지로 나누어 증명한다.

(경우1) 내부에지인 경우

$HFN(n,n)$의 노드 $S=(I,J)$와 노드 $S'=(K,L)$를 연결하는 에지에 따라 하이퍼큐브 에지와 폴디드 에지로 나누어진다.

(경우1.1) 하이퍼큐브 에지

$HFN(n,n)$의 노드 $S=(I,J)$와 노드 $S'=(K,L)$가 하이퍼큐브 에지에 의해 인접하면 두 노드 S와 S'는 동일한 클러스터에 속하는 노드이므로 클러스터 주소 $I=K$이다. 노드 $S=(I,J)$이고, 노드 $S'=(I,L)$이다. 또한 클러스터 내부의 노드주소 J와 L의 해밍거리는 1이다. 노드 $S=(I,J)$와 $S'=(I,L)$의 주소를 보조정리1에 의해 확장하면 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 $S'=(I\bar{I},L\bar{L})$이고, 내부노드 주소 $J\bar{J}$와 $L\bar{L}$의 해밍거리는 2이다. $HFN(n,n)$의 노드 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 $S'=(I\bar{I},L\bar{L})$를 동일한 노드 주소를 갖는 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 P와 P'로 각각 사상한다. 노드 사상 후 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$이고, $P'=(I\bar{I},L\bar{L})$이다. $HFH(C_n,C_n)$의 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$에서 노드 $P'=(I\bar{I},L\bar{L})$까지 라우팅을 위한 최단경로상의 노드 시퀀스는 $\langle(I\bar{I},J\bar{J}),(I\bar{I},L\bar{L})\rangle$이고, 주소 $J\bar{J}$와 $L\bar{L}$의 해밍거리는 2이므로 연장율 2이다.

(경우1.2) 폴디드 에지

$HFN(n,n)$의 노드 $S=(I,J)$와 노드 $S'=(K,L)$가 폴디드 에지에 의해 인접하면 두 노드 S와 S'는 동일한 클러스터에 속하는 노드이므로 클러스터 주소 $I=K$이다. 따라서 노드 $S=(I,J)$이고, 노드 $S'=(I,L)$이다. 또한 클러스터 내부의 노드주소 J와 L의 해밍거리는 n이므로 $L=\bar{J}$로 나타낼 수 있고, 노드 주소는 $S=(I,J)$이고, 노드 $S'=(I,\bar{J})$이다. 노드 $S=(I,J)$와 $S'=(I,\bar{J})$의 주소를 보조정리1에 의해 확장하면 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 $S'=(I\bar{I},\bar{J}\bar{\bar{J}})$이다. 노드 $S'=(I\bar{I},\bar{J}J)$으로 나타낼 수 있다. 내부노드 주소 $J\bar{J}$와 $\bar{J}J$의 해밍거리는 $2n$이다. $HFN(n,n)$의 노드 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 $S'=(I\bar{I},\bar{J}J)$를 동일한 노드 주소를 갖는 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 P와 P'로 각각 사상한다. 노드 사상 후 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$이고, $P'=(I\bar{I},\bar{J}J)$이다. $HFH(C_n,C_n)$의 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$에서 노드 $P'=(I\bar{I},\bar{J}J)$까지 라우팅을 위한 최단경로상의 노드 시퀀스는 $\langle(I\bar{I},J\bar{J}),(I\bar{I},\bar{J}J)\rangle$이고, 주소 $J\bar{J}$와 $\bar{J}J$의 해밍거리는 $2n$이므로 노드주소가 보수 관계를 갖는 노드를 연결하는 폴디드 에지로 연결되어 있으므로 연장율 1이다.

(경우2) 외부에지인 경우

$HFN(n,n)$의 노드 $S=(I,J)$와 외부에지에 의해 인접한 노드 $S'=(J,I)$이다. 노드 $S=(I,J)$와 $S'=(J,I)$의 주소를 보조정리1에 의해 확장하면 노드 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 $S'=(J\bar{J},I\bar{I})$이다. $HFN(n,n)$의 노드 $S=(I\bar{I},J\bar{J})$와 $S'=(J\bar{J},I\bar{I})$을 동일한 노드 주소를 갖는 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 P와 P'로 각각 사상한 후, 노드 주소는 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$이고, $P'=(J\bar{J},I\bar{I})$이다. $HFH(C_n,C_n)$의 노드 $P=(I\bar{I},J\bar{J})$와 노드 $P'=(J\bar{J},I\bar{I})$는 에지 정의에 의해 비지름에지(non-diameter edge)에 의해 인접한 노드이므로 연장율은 1이다.

$HFN(n,n)$의 노드 개수는 2^{2n}이고, 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 개수는 C_n^2이므로 확장율은 $\frac{C_n^2}{2^{2n}}$임을 알 수 있다. ■

예를 들어, $HFN(3,3)$의 임의의 노드 $S=(010,110)$와 인접한 노드 $S'=\{(010,111), (010,100), (010, 010), (110,001), (110,010)\}$으로 5개 존재한다.

노드 $S=(010,110)$와 인접한 노드 중 $S'=(010,100)$인 경우는 정리3의 (경우1.1)에 해당한다. 노드 $S=(010,110)$와 $S'=(010,100)$의 주소를 보조정리1에 의해 확장하면 $S=(010101,110001)$이고, $S'=(010101,100011)$이다. $HFN(3,3)$의 노드 $S=(010101,110001)$와 $S'=(010101,100011)$가 $HFH(C_3,C_3)$의 노드 P와 P'로 각각 사상하면 노드 $P=(010101,110001)$, $P'=(010101,100011)$이다. $HFH(C_3,C_3)$의 노드 $P=(010101,110001)$에서 $P'=(010101,100011)$까지 최단경로 라우팅에서 경유하는 노드 시퀀스는 $\langle(010101,110001),(010101,010011),(010101,100011)\rangle$이므로 연장율은 2이다.

노드 $S=(010,110)$와 인접한 노드 $S'=(110,010)$인 경우는 정리2의 (경우2.2)에 해당한다. 노드 $S=(010,110)$와 외부에지에 의해 인접한 노드 $S'=(110,010)$의 주소를 보조정리1에 의해 확장하면 $S=(010101,110001)$이고, $S'=(110001,010101)$이다. $HFN(3,3)$의 노드 $S=(010101,110001)$와 $S'=(110001,010101)$가 $HFH(C_3,C_3)$의 노드 P와 P'로 각각 사상하면 노드 $P=(010101,110001)$이고, $P'=(110001,010101)$이다. $HFH(C_3,C_3)$의 노드 $P=(010101,110001)$와 노드 $P'=(110001,010101)$는 에지 정의에 의해 비지름에지(non-diameter edge)에 의해 인접한 노드이므로 연장율은 1이다.

[정리4] 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$은 $HFN(2n-1,2n-1)$에 연장율 1에 임베딩 가능하다.

[증명] 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$의 임의의 노드 $S=(I,J)$가 있을 때, 노드 $S=(I,J)$와 인접한 노드 개수는 $I\neq J$인 경우 $(n+2)$개, $I=J$인 경우 $(n+1)$개 존재한다. 즉, $I\neq J$인 경우만 외부에지가 존재하고, $I=J$인 경우에는 외부에지가 존재하지 않는다. 내부에지는 d-차원에지$(2\le d\le 2n)$와 c-에지에 의해 정의된다. 임의의 노드 $S=(I,J)$와 인접한 노드를 연결하는 d-차원에지와 c-에지와 외부에지로 나누어 증명한다.

(경우1) d-차원에지

$HFH(C_n,C_n)$의 임의의 노드 S의 주소를 $(s_1s_2\cdots s_d\cdots s_{2n}, s'_1s'_2\cdots s'_d\cdots s'_{2n})$이라 하자. 노드 S와 d-차원에지에 의해 인접한 노드 S'의 주소는 $(s_1s_2\cdots s_d\cdots s_{2n}, \overline{s'_1}s'_2\cdots\overline{s'_d}\cdots s'_{2n})$, $(2\le d\le 2n)$이다. 노드 S의 클러스트 주소와 내부 주소의 첫 번째 비트인 s_1와 s'_1를 제거한 주소를 T라고 하고, 노드 S'의 클러스트 주소와 내부 주소의 첫 번째 비트인 s_1와 $\overline{s'_1}$를 제거한 주소를 T'라고 하자. 노드 T와 T'를 동일한 주소를 갖는 $HFN(2n,2n)$의 노드 P와 P'로 사상한다. 사상된 노드 P와 P'의 주소는 $P=(s_2\cdots s_d\cdots s_{2n}, s'_2\cdots s'_d\cdots s'_{2n})$와 $P'=(s_2\cdots s_d\cdots s_{2n}, s'_2\cdots\overline{s'_d}\cdots s'_{2n})$이다. $HFN(2n,2n)$의 에지 정의에 의해 두 노드는 인접한 노드이므로 연장율 1이다.

(경우2) c-에지

$HFH(C_n,C_n)$의 임의의 노드 S의 주소를 $(s_1s_2\cdots s_d\cdots s_{2n}, s'_1s'_2\cdots s'_d\cdots s'_{2n})$이라 하자. 노드 S와 d-차원에지에 의해 인접한 노드 S'의 주소는 $(s_1s_2\cdots s_d\cdots s_{2n}, \overline{s'_1s'_2\cdots s'_d\cdots s'_{2n}})$, $(2\le d\le 2n)$이다. 노드 S의 클러스트 주소와 내부 주소의 첫 번째 비트인 s_1와 s'_1를 제거한 주소를 T라고 하고, 노드 S'의 클러스트 주소와 내부 주소의 첫 번째 비트인 s_1와 $\overline{s'_1}$를 제거한 주소를 T'라고 하자. 노드 T와 T'를 동일한 주소를 갖는 $HFN(2n,2n)$의 노드 P와 P'로 사상한다. 사상된 노드 P와 P'의 주소는 $P=(s_2\cdots s_d\cdots s_{2n}, s'_2\cdots s'_d\cdots s'_{2n})$와 $P'=(s_2\cdots s_d\cdots s_{2n}, \overline{s'_2\cdots s'_d\cdots s'_{2n}})$이다. $HFN(2n,2n)$의 에지

정의에 의해 두 노드는 인접한 노드이므로 연장율 1이다.

(경우3) 외부에지

$HFH(C_n,C_n)$의 노드 $S=(s_1s_2 \cdots s_d \cdots s_{2n},\ s'_1s'_2 \cdots s'_d \cdots s'_{2n})$와 외부에지에 의해 인접한 노드 S'의 주소는 $(s'_1s'_2 \cdots s'_d \cdots s'_{2n},\ s_1s_2 \cdots s_d \cdots s_{2n})$이다. 노드 S의 클러스트 주소와 내부 주소의 첫 번째 비트인 s_1와 s'_1를 제거한 주소를 T라고 하고, 노드 S'의 클러스트 주소와 내부 주소의 첫 번째 비트인 s_1와 $\overline{s'_1}$를 제거한 주소를 T'라고 하자. 노드 T와 T'를 동일한 주소를 갖는 $HFN(2n,2n)$의 노드 P와 P'로 사상한다. 사상된 노드 P와 P'의 주소는 $P=(s_2 \cdots s_d \cdots s_{2n},\ s'_2 \cdots s'_d \cdots s'_{2n})$와 $P'=(s'_2 \cdots s'_d \cdots s'_{2n}, s_2 \cdots s_d \cdots s_{2n})$이다. $HFN(2n,2n)$의 에지 정의에서 노드 $P=(s_2 \cdots s_d \cdots s_{2n},\ s'_2 \cdots s'_d \cdots s'_{2n})$는 노드 $P'=(s'_2 \cdots s'_d \cdots s'_{2n}, s_2 \cdots s_d \cdots s_{2n})$와 서로 인접한 노드이므로 연장율 1이다. ■

예를 들어, $HFH(C_2,C_2)$의 임의의 노드 $S=(0011,1010)$와 인접한 노드 $S'=\{(0011,0011),\ (0011,0110),\ (0011,0101),\ (1010,0011)\}$으로 4개 존재한다. 첫 번째 비트를 제거한 노드 $T=(011,010)$이고, $T'=\{(011,011),\ (011,110),\ (011,101),\ (010,011)\}$이다.

노드 $T=(011,010)$와 인접한 노드 중 $T'=(011,011)$인 경우는 정리4의 (경우1)에 해당한다. 노드 T와 T'가 $HFN(C_3,C_3)$의 노드 P와 P'로 각각 사상하면 노드 $P=(011,010)$, $P'=(011,011)$이다. $HFN(C_3,C_3)$의 노드 P와 노드 P'는 에지 정의에 의해 하이퍼큐브에지에 의해 인접한 노드이므로 연장율은 1이다.

노드 $T=(011,010)$와 인접한 노드 중 $T'=(011,101)$인 경우는 정리4의 (경우2)에 해당한다. 노드 T와 T'가 $HFN(C_3,C_3)$의 노드 P와 P'로 각각 사상하면 노드 $P=(011,010)$, $P'=(011,101)$이다. $HFN(C_3,C_3)$의 노드 P와 노드 P'는 에지 정의에 의해 폴디드에지에 의해 인접한 노드이므로 연장율은 1이다.

노드 $T=(011,010)$와 인접한 노드 중 $T'=(010,011)$인 경우는 정리4의 (경우1)에 해당한다. 노드 T와 T'가 $HFN(C_3,C_3)$의 노드 P와 P'로 각각 사상하면 노드 $P=(011,010)$, $P'=(010,011)$이다. $HFN(C_3,C_3)$의 노드 P와 노드 P'는 에지 정의에 의해 외부에지에 의해 인접한 노드이므로 연장율은 1이다.

4. 결 론

병렬처리 시스템을 위한 상호연결망으로 하이퍼큐브와 그의 변형들이 발표되었다. 널리 알려진 하이퍼큐브를 기반으로 하는 계층적인 상호연결망으로 $HCN(n,n)$과 $HFN(n,n)$이 제안되었다. 계층적 폴디드 하이퍼스타는 폴디드 하이퍼스타를 기본 모듈로 하면서 하이퍼큐브와 그의 변형 및 $HCN(n,n)$, $HFN(n,n)$보다 망비용이 개선된 연결망이다.

임베딩은 상호연결망에서 이미 개발된 알고리즘을 효율적으로 활용할 수 있는 방법을 제시한 것이다. 본 연구에서는 하이퍼큐브, $HCN(n,n)$, $HFN(n,n)$과 계층적 폴디드 하이퍼스타 연결망 사이의 임베딩을 분석하였다. 연구 결과로는 $2n$-차원 하이퍼큐브 Q_{2n}은 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$에 연장율 4, 확장율 $\frac{C_n^e}{2^{2n}}$, 평균연장율 3 이하에 임베딩 가능하다. 하이퍼큐브를 기본모듈로 계층적 상호연결망인 $HFN(n,n)$은 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$에 연장율 2, 확장율 $\frac{C_n^e}{2^{2n}}$에 임베딩 가능하고, $HCN(n,n)$은 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$에 연장율 3, 확장율 $\frac{C_n^e}{2^{2n}}$에 임베딩 가능하다. 또한, 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$은 $HFN(2n-1,2n-1)$에 연장율 1에 임베딩 가능하다. 이러한 연구 결과는 하이퍼큐브에서 개발된 많은 알고리즘을 계층적 폴디드 하이퍼스타 $HFH(C_n,C_n)$에서 적은 비용을 추가하여 활용할 수 있음을 의미한다.

참 고 문 헌

[1] S. Abraham, "The Twisted Cube Topology for Multiprocessor: A Study in Network Asymmetry," Journal of Parallel and Distributed Computer, Vol.13, pp.104-110, 1991.

[2] M. M. Azevedo, N. Bagherzaeh, and S. Latifi, "Low Expansion Packing and Embeddings of Hypercubes into Star Graphs: A Performance-Oriented Approach," IEEE Parallel and Distributed Systems, Vol.9, No.3, pp.261-274, 1998.

[3] D-R. Duh, G-H. Chen and J-F. Fang, "Algorithms and Properties of a New Two-Level Network with Folded Hypercubes as Basic Modules," IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Vol.6, No.7, pp.714-723, July, 1995.

[4] A. H. Esfahanian, L. M. Ni and B. E. Sagan, "The Twisted N-Cube with Application to Multiprocessing," IEEE Trans. Computer, Vol.40, No.1, pp.88-93, Jan., 1991.

[5] A. K. Gupta and S. E. Hambrusch, "Multiple Network Embeddings into Hypercubes," J. Parallel and Distributed Computing, Vol.19, pp.73-82, 1993.

[6] S. L. Johnsson, "Communication Efficient Basic Linear Algebra Computations on Hypercube Architectures," Journal of Parallel Distributed Computer, Vol.4, pp.133-172, 1987.

[7] J. Kim and K-G. Shin, "Operationally Enhanced Folded Hypercubes," IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Vol.5, No.12, pp.1310-1316, 1994.

[8] J.-S. Kim, E. Oh, H.-O. Lee, Y.-N. Heo, "Topological and Communication aspects of Hyper-star Graphs," LNCS 2869, pp.51-58, 2003.

[9] H.-O. Lee, J.-S. Kim, E. Oh, H.-S. Lim, "Hyper-Star Graph: A New Interconnection Network Improving the Network Cost of the Hypercube," LNCS 2510, pp.858-865, 2002.

[10] F. T. Leighton, "Introduction to Parallel Algorithms and Architectures : Arrays, Hypercubes," Morgan Kaufmann Publishers, 1992.

[11] S. Ranka, J-C. Wang, and N. Yeh, "Embedding Meshes on the Star Graph," J. parallel and Distributed Computing, Vol.19, pp.131-135, 1993.

[12] A. S. Vaidya, P. S. N. Rao and S. r. Shankar, "A Class of Hypercube_like Networks," Proc. of the 5th IEEE Symp. Parallel and Distributed Processing, pp.800-803, 1993.

[13] A. Y. Wu, "Embedding of Tree Networks into Hypercubes," J. Parallel and Distributed Computing, Vol.2, pp.238-249, 1985.

[14] S.-K. Yun and K.-H. Park, "Comments on Hierarchical Cubic Networks," IEEE Trans. Parallel Distributed systems, Vol.9, No.4, pp.410-414, 1998.

[15] 김종석, 이형옥, "PMC 모델과 비교진단모델을 이용한 하이퍼-스타 연결망의 진단도 분석", 정보처리학회논문지A, Vol.13-A, No.1, pp.19-26, 2006.

[16] 김종석, "폴디드 하이퍼-스타 FHS(2n,n)의 위상적 성질 분석", 정보처리학회논문지A, Vol.14-A, No.5, pp.263-268, 2007.

[17] 김종석, 이형옥, "계층적 폴디드 하이퍼-스타 연결망(HFH): 폴디드 하이퍼-스타 연결망을 기반으로 하는 새로운 상호연결망", 정보처리학회논문지A, Vol.15-A, No.4, pp.95-100, 2008.

이 형 옥

e-mail : oklee@sunchon.ac.kr

1994년 순천대학교 전산학과(학사)

1996년 전남대학교 전산통계학과(석사)

1999년 전남대학교 전산통계학과(박사)

1999년~2002년 한국정보사회진흥원 선임연구원

2006년~2007년 University of Texas at Dallas 교환교수

2002년~현 재 순천대학교 컴퓨터교육과 부교수

관심분야 : 병렬 및 분산처리, 계산이론, 알고리즘, 네트워크 설계 및 보안

김 성 원

e-mail : swon@ynu.ac.kr

1990년 서울대학교 제어계측공학과(학사)

1992년 서울대학교 제어계측공학과(공학석사)

2002년 서울대학교 전기컴퓨터공학부 (공학박사)

2005년~현 재 영남대학교 전자정보공학부 부교수

관심분야 : 무선 네트워크, 모바일 네트워크, 임베디드시스템

김 종 석

e-mail : rockhee7@gmail.com

1995년 순천대학교 전산학과(학사)

2001년 순천대학교 컴퓨터과학과(이학석사)

2004년 순천대학교 컴퓨터과학과(이학박사)

2005년~2008년 오클라호마 주립대학교 컴퓨터과학과 박사후연구원

2008년~현 재 영남대학교 전자정보공학부 연구교수

관심분야 : 병렬 및 분산처리, 계산이론, 네트워크 설계 및 분석