

# 이동 기반의 RMC를 이용한 자유형태 곡면 매칭방법

박 철 호<sup>†</sup>

## 요 약

매칭방법은 기하 및 입체 모델링에서 재단 곡면과 이들에 대한 부울 연산에 사용되는 기초적인 연산이다. 그러나 매칭 연산은 부드러움을 정확하게 표현하는데 고 차수의 미분계수 제약조건으로 인하여 많은 계산량이 필요할 뿐만 아니라 곡면상의 여러 점을 동시에 선택하여 이동하였을 때, 곡면 표현에 사용되는 복잡한 함수식으로 인하여 일반해를 구하기 어려운 단점을 가진다.

본 논문은 분수식에 의하여 RMC(Rotation-Minimizing Curve)을 정의하고 이를 이용하여 자유 형태 곡면간에 변형 매칭 방법을 제안한다. RMC는 매칭 곡선과 곡면의 접선벡터, 회전벡터, 곡률의 변화율과 같은 기하학적 기법을 기반으로 한다. 제안한 방법은 입력으로 주어지는 곡면의 기하적 복잡도와는 무관하게 매칭을 수행할 수 있으며 수행 성능은 제한된 매칭 곡선의 복잡도에 의해서만 좌우된다. 또한 곡선 표현에 사용된 값들을 정의된 매칭 곡선식에 그대로 적용할 수 있으므로 최적화 응용 문제에 효율적으로 적용할 수 있다.

## The Matching of Free-Form surface using Motion-based RMC

Chul-Ho Park<sup>†</sup>

### ABSTRACT

Matching technique is a fundamental geometric operation used in the trimmed surface models and boolean operations of them in the solid and geometric modeling systems. Because the matching operation takes a lot of computational cost to represent the smoothness correctly by the constraints for differential coefficient of high degree and concurrently move to selected several points of surfaces, it is very difficult to find a general solution along the complex of functions.

In this paper are define a RMC(Rotation-Minimizing Curve) and propose new Free-form Deformation Matching method. RMC is based on the geometric techniques, such as the tangent vector, the curvature derivative of the matching curve and surface. The performance of proposed method does not depend on the geometric complexity of the input surface, but mostly depend on the complexity of the matching curve itself. Also, since intrinsic quantities corresponding the curve can be reused in matching basis function, it can be efficiently applied to the optimization problems.

### 1. 서 론

형상 모델링은 컴퓨터 그래픽스의 한 분야로서, 3차원 물체의 기하적인 구조를 컴퓨터 내부의 자료구조로 표현하는 효과적인 방법을 나타낸다. 기하학적 모델링의 한 부분인 변형기법은 모델링된 물체의 일부분 혹

은 전체를 원하는 형태로 변형하는 방법으로 구조가 복잡한 물체를 모델링하는데 필수적인 기술이다. 그리고 모델링을 위한 자유 곡면 인식과 표현방법은 여러 가지 중요한 기하응용, 특히 NC(Numerical Control) 가공이나 평면상의 물체간의 교차 계산을 하는 응용에 있어서 기본적인 방법으로 사용될 수 있다. 많은 자유 형태 매개변수화 곡선과 곡면들은 단일 변수를 기본으로 한다. 이러한 방법에 의하여 선직면 혹은 블랜드 곡

<sup>†</sup> 준 회 원 : 두원공과대학 컴퓨터그래픽스과 교수  
논문접수 : 2000년 7월 18일, 심사완료 : 2000년 10월 23일

면은 구간 다항식과 분수 매개변수 곡선식[17]들에 의하여 표현됨으로서 CAGD(Computer Aided Geometric Design)에 중요한 부분으로 사용된다[1, 2].

삼차원 물체는 애니메이션 표현에 다양한 정보를 제공할 수 있는 동시에, 물체의 각 꼭지점이 삼차원 공간상에 위치할 수 있는 범위가 넓다. 따라서 삼차원 물체는 매우 다양한 형태로서 존재할 수 있다. 삼차원 물체 형태의 다양성은 삼차원 형상 변형기법에 있어서 어려움을 제공한다. 또한, 키프레임 애니메이션에서 나타난 근본적인 문제들 중의 하나는 주어진 일련의 단위 쿼터니언들을 어떤 방법으로 보간 하는가에 대한 문제이다. 기존에 많은 알고리즘들[7-9, 11, 13]이 제안되었지만, 대부분의 방법들이 주어진 단위 쿼터니언들을 단순히 보간하고, 회전 각 속도를 보간하는 내용이었다. 따라서 회전 각 속도까지 고려하여 보간 매칭하는 알고리즘은 아직 제시되지 않고 있다. 본 논문은 이와 같은 문제점을 해결하기 위하여 분수식으로 표현된 회전 최소 곡선(Rotation Minimizing Curve : Curve)을 정의하고 이를 이용하여 자유 형태 곡면간에 매칭 방법을 제안한다. 정의된 RMC는 정확하게  $C^1$ 이동된 서로 다른 두 호에 대하여 non-planar 프로파일 곡선을 이용하여 부드러운 스위핑 곡면들을 나타낸다. 또한, 이러한 구조는 연속인 프로파일 곡선과 같은 좀 더 일반적인 입력 데이터를 매칭하는 스위핑 곡면들을 생성하기 위해 변경되어 질 수 있다. RMC는 매칭 곡선과 곡면의 접선벡터, 회전벡터, 곡률의 변화율과 같은 기하학적 기법을 기반으로 한다. 제안한 방법은 입력으로 주어지는 곡면의 기하적 복잡도와는 무관하게 매칭을 수행할 수 있으며 수행 성능은 계산된 매칭 곡선의 복잡도에 의해서만 좌우된다. 또한 곡선 표현에 사용된 값들을 정의된 매칭 곡선식에 그대로 적용할 수 있으므로 최적화 응용 문제에 효율적으로 적용할 수 있다.

## 2. 관련 연구 및 기본정의

유클리디안 3차원 공간의 점들은 카테시안 좌표계에 의하여  $\underline{p} = (p_1, p_2, p_3)^T$ 로 표현되지만, 어떤 경우에는  $\underline{p} \neq (0, 0, 0, 0)^T$  대신에 동차좌표계  $\underline{p} = (p_0, p_1, p_2, p_3)^T$ 에 표현방법이 더 효과적인 경우도 있다. 만약, 공간상의 점에 동차좌표계가 주어진다면, 동일한 카테시안 좌표계는  $\underline{p}_i = p_i/p_0, i=1, 2, 3$ 이다. 반대로 공간상의 점  $\underline{p}_i$ 의 가능한 동차좌표계는  $\lambda \in \mathbb{R}, \lambda \neq 0$ 로서  $\underline{p} =$

$(\lambda \underline{p}_1 \ \lambda \underline{p}_2 \ \lambda \underline{p}_3)^T$ 로 나타낸다. 계수  $\lambda$ 는 점  $\underline{p}$ 의 가중치로서  $p_0=0$ 을 가지는 동차좌표계 벡터들은 무한대의 점들과 동일하다. 이 점들은 평행한 선들의 동일한 클래스들로 정의될 수 있고, 또한 이 점들에 대한 가중치들과 동차 좌표계, 그리고 NURBS 기법들에 대한 계산방법은 기존에 Klok[11]에 의하여 제안되었다. 동차 좌표계들에 값이 주어질 경우, 어떤 임의의 상수 계수인  $L_i \in \mathbb{R}$ 로서, 3차원 공간에서 평면의 방정식  $L_0 + L_1 \underline{p}_1 + L_2 \underline{p}_2 + L_3 \underline{p}_3 = 0$ 은 다음 식 (1)과 같이 재 표현될 수 있다.

$$L_0 p_0 + L_1 p_1 + L_2 p_2 + L_3 p_3 = \mathbf{L}^T \underline{p} = 0 \quad (1)$$

단,  $\mathbf{L} = (L_0 \ L_1 \ L_2 \ L_3)^T \in \mathbb{R}^4$ 이고, 이때  $\mathbf{L} \neq 0$ 는 평면의 동차좌표계 벡터라고 한다. 벡터  $(1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ 는 공간상의 점  $p_0=0$ 를 포함하는 모든 점들로서 형성되는 평면을 나타낸다. 회전 이동을 기반으로 한 자유형태 곡면 생성을 위하여, 본 논문은 유클리디안 3차원 공간을 가정한다. 따라서, 먼저 표현하고자 하는 범위를 고정된 공간이라 하고 공간상에 점들과 평면들을 각각  $\underline{p}(\underline{p})$ 와  $\mathbf{P}$ 로 표시한다. 실제로, 이동 공간은 고정된 공간의 임의의 어떤 곡선을 따라 이동되어지는 카아테시안 좌표계를 이동시킴으로써 일치될 수 있다.

매개변수 구간  $t$ 에서 이동공간은 고정된 공간안에 어떠한 위치를 가진다. 이는 공간들 모두간에 좌표 변환에 의하여 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\underline{P}} \mapsto \underbrace{P(t) = \left( \begin{array}{c|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \underline{u}(t) & & & R(t) \end{array} \right)}_{M(t)} \hat{\underline{P}} \quad (2)$$

단, 실수형인  $3 \times 3$ 행렬  $R = R(t)$ 는 모든  $t$ 에 대하여 특별한 직교행렬이다. 벡터  $\underline{u}(t)$ 는 실 좌표계에서 이동공간의 초기값으로 나타난다. 각각의  $t = t_0$ 에서 이동공간의 점  $\hat{\underline{P}}$ 가 실 좌표계  $\mathbf{P}(t_0)$ 를 가질 경우, 고정된 공간의 점에 일치하게 된다. 이동 곡선  $\mathbf{P}(t)$ , ( $t \in \mathbb{R}$ )는  $\hat{\underline{P}}$ 의 경로 혹은 궤적으로 나타난다. 실제, 이동 좌표계의 초기 상태는 이동곡선  $\underline{u}(t)$ , ( $t \in \mathbb{R}$ )을 따라 이동한다. 위의 식 (2)를 다음 식 (3)과 같이 재 표현함으로써 이동 좌표계에서 나타난 공간 평면을 지

원하는 또 다른 변환으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{P} \mapsto F(t) = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -u(t)^T & R(t) \\ 0 & & \\ 0 & & R(t) \\ 0 & & \end{pmatrix}}_{M(t)} \hat{P} \quad (3)$$

위의 식 (3)은 이동좌표계에서 간단한 계산방법에 의하여  $P^T \hat{p} = \hat{P}^T M^T M \hat{p} = \hat{P}^T \hat{p}$  과 같이 나타낸다. 이때 회전행렬은 동차 오일러매개변수  $(d_0, d_1, d_2, d_3) \in R^4 \setminus \{(0, 0, 0, 0)\}$ 의 값으로 다음 식. 4와 같이 나타낸다[19].

$$R(t) = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} d_0^2 + d_1^2 - d_2^2 - d_3^2 & 2(d_1 d_2 - d_0 d_3) & 2(d_1 d_3 - d_0 d_2) \\ 2(d_1 d_2 + d_0 d_3) & d_0^2 - d_1^2 + d_2^2 - d_3^2 & 2(d_2 d_3 - d_0 d_1) \\ 2(d_1 d_3 - d_0 d_2) & 2(d_2 d_3 + d_0 d_1) & d_0^2 - d_1^2 - d_2^2 + d_3^2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

단,  $\Delta = d_0^2 + d_1^2 + d_2^2 + d_3^2$

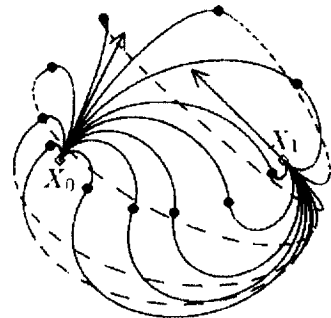
위 방법들과 같이 매개변수들을 선택할 경우, 본 논문에서는 재 표현된 직교행렬  $R$ 을 계산할 수 있다. 만약 오일러 매개변수들이  $\Delta=1$ 로 제어된다면, 표현식은 정규화 되었다고 한다. 다음 식 (6)의 오일러 매개변수들은 좌표축  $\vec{V} = (v_1, v_2, v_3)^T$  ( $\|\vec{V}\|=1$ )과 각도  $\phi$ 로서 회전방법을 나타낸다.

$$(d_0, d_1, d_2, d_3) = (\cos(\phi/2), \sin(\phi/2)v_1, \sin(\phi/2)v_2, \sin(\phi/2)v_3) \quad (5)$$

오일러 매개변수들의 어떠한 두 개의 선형식으로 나타낸 종속적인 쿼터니언은 동일한 회전 행렬과 일치한다. 기하학적 모델링과 컴퓨터그래픽스에서 방향 보간법을 계산하기 위하여 쿼터니언을 기반으로 하는 기법은 기존의 연구에 의하여 나타나 있다[15, 18].

일반적인 회전은 각각의 서로 다른 순서를 가지고 회전을 나타내는 오일러 매개변수들  $d_0(t), \dots, d_3(t)$ 과 초기상태에서 회전 원의 궤적을 나타내는 임의의 함수  $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ 인 평면의 방정식과 식 (5)에 의하여 재 계산된다. 이 방법은 궤적들이 NURBS 곡선들에 의하여 표현될 수 있다. 그러므로 본 논문에서는

분수식 스플라인 함수로서 초기에 주어진 매개변수들을 이용하여 분수식 스플라인 회전 곡선에 의하여 자유형태 곡면매칭을 위한 방법들을 제안하였다.



(그림 1) 회전 곡선으로부터 근사 변형된 두 호간의 결합

### 3. 회전 이동 곡면 모델링

주어진 스플라인 회전 곡선들에 의하여 생성된 자유형태 변형 곡면은 컴퓨터그래픽스와 기하학적 모델링에서 곡면들을 생성하는데 가장 효과적인 방법이다. 본 논문은 공간곡선으로서 RMC에 변형 결과와 분수식 근사 구조에 좀 더 정확한 값을 계산하기 위한 보간방법을 제안한다. 제안된 보간 방법은 NURBS로서 RMC를 기반으로 하는 스위핑 곡면 생성을 위한 알고리즘으로 나타낸다.

#### 3.1 회전 이동 곡선과 곡면

식 (3)에 의하여 공간 회전을  $M = M(t)$ 으로 표시하고, 식 (6)에서 생성된 곡면을 이용하여 매칭 곡면들간에 고정된 경계 곡선  $\hat{p}(s)$  ( $s \in [0, 1]$ )으로 다음 식 (6)을 가정한다.

$$x(t, s) = M(t) \hat{p}(s) \quad (6)$$

이와 같은 곡면을 일반적으로 회전 이동 곡면이라고 하고, 생성된 곡선  $\hat{p}(s)$ 는 교차장 곡선으로 나타낸다. 매개변수 직선들  $s = constant$ 는 점 궤적들이고, 직선  $t = constant$ 는 교차장 곡선의 복사본들이다. 만약 고정된 공간상에서 또 다른 회전 곡선  $g(t)$ 를 가지는 곡면을 가정할 경우, 임의의 공간상에 회전이동  $M(t)$

는 회전 곡선  $\underline{q}(t)$ 로 표현되고, 곡면에서 표현된 모든 매개변수  $t$ 에 대하여 식 (7)을 만족한다.

$$R(t) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{\dot{\underline{q}}(t)}{\|\dot{\underline{q}}(t)\|}, \underline{u}(t) = \underline{q}(t) \quad (7)$$

만약 스플라인 곡면을 회전시킬 경우, 이동 좌표계의 초기값은 회전 곡선(spine curve)을 따라 움직이고, 이동 좌표계의  $xy$  평면은 회전 곡선의 법 평면(normal plane)에 사상된다. 따라서 식 (7)에서 회전 각에 대한 회전 속도  $\vec{\omega}(t) = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ 을 이용하여 계산하면 식 (8)와 같다.

$$\dot{R}R^T = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

이에 대한 전체 알고리즘은 다음과 같다.

**RMC Algorithm 1**

Rotation-Minimizing Curve of the vector  $\vec{v}_0$  along the spline spine curve  $\underline{q}(t)$ .

INPUT : vector  $\vec{v}_0$ , number of steps N ;  
 OUTPUT : vector  $\vec{v}_1$

$$\vec{w} = \vec{v}_0 ;$$

for i from 1 to N do

$$\vec{t} = \underline{q}(t_0 + (i/N)\Delta t) ; \quad \vec{t} = \vec{t} / \|\vec{t}\| ;$$

$$\vec{w} = \vec{w} - (\vec{w}, \vec{t}) \vec{t} ;$$

$$\vec{v}_1 = \vec{w} / \|\vec{w}\| ;$$

**RMC Algorithm 2**

Euler parameters of an orthogonal matrix.

INPUT : orthogonal matrix R ;  
 OUTPUT : normalized Euler parameters  $\pm d$ , the sign is arbitrary.

$$v_1 = (1 + r_{1,1} + r_{2,2} + r_{3,3}, r_{3,2} - r_{2,3}, r_{1,3} - r_{3,1}, r_{2,1} - r_{1,2})$$

$$v_2 = (r_{3,2} - r_{3,1}, r_{1,2}, 1 - r_{1,1} + r_{2,2} - r_{3,3}, r_{2,3} + r_{3,1}) ;$$

$$v_3 = (r_{1,3} - r_{3,1}, r_{1,2} + r_{2,1}, 1 - r_{1,1} + r_{2,2} - r_{3,3}, r_{2,3} + r_{3,2}) ;$$

$$v_4 = (r_{2,1} - r_{1,2}, r_{1,3} + r_{3,1}, r_{2,3} + r_{3,2}, 1 - r_{1,1} - r_{2,2} + r_{3,3}) ;$$

choose the vector  $d$  the spline spine curve from  $v_1, \dots, v_4$  with maximum length  $d := d / \|d\|$  ;

**3.2 RMC의 분수식 보간방법**

제안된 알고리즘은 기하 모델링과 계산 기하학에서 자유형태 곡선과 곡면의 변형 매칭처리를 위한 분산 데이터의 변화량을 계산하기 위하여 변형된 점들간의 근사거리 계산을 효과적으로 처리하기 위하여 제안되었고, 컴퓨터 그래픽스와 애니메이션에서 곡선과 곡면의 다양한 변형과 두 물체간의 교차계산 방법에 사용될 수 있다. 지금까지는 매칭 알고리즘이 이산적인 기하학적 계산 문제들에 적용되어 왔다. 자유형태 곡선 세그먼트에 대한 계산의 경우 시간이 많이 소요되더라도 분수식 계산을 사용하여 모든 연산을 정확하게 나타낼 수 있기 때문에 오차없는 계산결과를 보장받을 수 있다. 그러나 계산영역이 표현된 자유형태 곡선과 곡면등을 포함한 연속적 영역으로 확장 될 경우에는, 비록 이론상으로 정확한 계산결과를 얻을 수 있으나 실제적으로는 많은 계산시간이 수반되기 때문에 많은 어려움이 따른다. 계산속도를 빠르게 하기 위해서는 유한정밀도 수치계산을 이용하는 것이 좋으나, 계산오차로 인하여 기하학적 판정이 잘못 내려 질 수도 있다. 계산영역이 연속적인 영역으로 확장됨에 따라 수치 계산 오차로 인하여 생기는 새로운 문제점들을 함께 고려한 매칭 변형알고리즘 개발이 필요하다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서 제안한 변형 매칭알고리즘은 가능한 한 많은 관련된 기하학적인 사실들을 이용하여 자유형태 곡면에 특징 추출에 도움을 줄 수 있다. 이에 대한 계산 알고리즘은 다음과 같다.

**RMC Algorithm 3**

$C^1$  Hermite interpolation with orthogonal matrices.

INPUT : normalized Euler parameter  $d_0, d_1$ , angular velocities  $\vec{\omega}_0, \vec{\omega}_1$  ;

OUTPUT : coefficient matrices  $A_0, \dots, A_6$  with  $t=t_0$  associated weights  $w_0, \dots, w_6$ .

$$d(\tau) = B_0^3(\tau) d_0 + B_1^3(\tau) (d_0 + (\Delta t/6) v_0) + B_2^3(\tau) (d_1 - (\Delta t/6) v_1) + B_3^3(\tau) d_1$$

$$V_i = \begin{pmatrix} -\omega_{i,1} d_{i,1} - \omega_{i,2} d_{i,2} - \omega_{i,3} d_{i,3} \\ \omega_{i,1} d_{i,0} + \omega_{i,2} d_{i,3} - \omega_{i,3} d_{i,2} \\ \omega_{i,2} d_{i,0} - \omega_{i,1} d_{i,3} + \omega_{i,3} d_{i,1} \\ \omega_{i,3} d_{i,0} + \omega_{i,1} d_{i,2} - \omega_{i,2} d_{i,1} \end{pmatrix} \quad i = 0, 1 ;$$

Compute the rational Free-form Curve representation (8) from Euler's formula(5) ;

Explicit formulas for the weights and coefficient matrices are given.

**RMC Algorithm 4**

conversion of the spline curve into a Free-form curve with the prescribed weights  $w_i$

$$\mathbf{b}_0 = \mathbf{q}(t_0); \quad \mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_0 + \left(\frac{\Delta t}{6} w_0 w_1\right) \dot{\mathbf{q}}(t_0);$$

$$\mathbf{b}_6 = \mathbf{q}(t_1); \quad \mathbf{b}_5 = \mathbf{b}_6 + \left(\frac{\Delta t}{6} w_5 w_6\right) \dot{\mathbf{q}}(t_1);$$

$$A = \left( \int_0^1 H_i^6 H_j^6 d\tau \right)_{i,j=2,\dots,4};$$

$$C = \left( \left( \int_0^1 \mathbf{q}_j - \sum_{i=0,1,5,6} H_i^6 \mathbf{b}_{ij} \right) H_i^6 d\tau \right)_{j=1,\dots,3; k=2,\dots,4};$$

Find components of the inner control points from  $(\mathbf{b}_{i,j})_{j=1,\dots,3;k=2,\dots,4} = A^{-1}C$ ;

**OUTPUT** : control points  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_6$ .

만약, 알고리즘 3에서 회전 곡선  $\mathbf{q}(t)$ 의 세그먼트를 고려하여 시작할 경우,  $t \in [t_0, t_1]$ 는 길이  $\Delta t = t_1 - t_0$ 의 매개변수 구간에서 정의된다. 본 논문은 에서 곡선의 법평면을 포함하는 단위벡터  $\vec{v}_0$ 를 계산하고,  $(\vec{v}_0, \dot{\mathbf{q}}(t_0)) = 0$  과 같이 나타난다. 그러므로, 이동 좌표계의  $x$ 축 방향에서  $\vec{v}_0$ 을 선택함으로써  $t = t_0$ 에 변형된 자유형태 곡선의 변형 제어점 위치를 계산할 수 있고, 이러한 방법은 3개 각각의 벡터들을 계산함으로써 식 (9)과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_0 = R(t_0) = \left( \vec{v}_0, \frac{\dot{\mathbf{q}}(t_0) \times \vec{v}_0}{\|\dot{\mathbf{q}}(t_0)\|}, \frac{\dot{\mathbf{q}}(t_0)}{\|\dot{\mathbf{q}}(t_0)\|} \right) \quad (9)$$

세그먼트의 양 끝점에서 RMC에 일치하는 변형 점을 찾기 위하여 본 논문은 klok's[11]의 방법을 이용하여 곡선 세그먼트에 의한 벡터  $\vec{v}_0$ 를 이동시킨다. 이와 같은 방법은 각 과정의 곡선 세그먼트 길이  $\Delta t/N$ 로 RMC를 나타내는 차분방정식으로 나타낸다. 그러므로, klok's의 방법은 차분방정식의 다소간의 근사 값을 가진다.

본 논문은  $\mathbf{q}(t_0)$ 에서  $\mathbf{q}(t_1)$ 까지  $\vec{v}_0$ 에 회전 최소이동으로서 변형된 자유형태 곡선의 제어점을 계산한다.

이러한 제어점의 이동 벡터는  $t = t_1$ 에서 RMC에 변형된 제어점과 일치하는 위치를 정확하게 계산할 수 있고, 다음 식 (10)과 같이 직교행렬을 나타낼 수 있다.

$$R_1 = R(t_1) = \left( \vec{v}_1, \frac{\dot{\mathbf{q}}(t_1) \times \vec{v}_1}{\|\dot{\mathbf{q}}(t_1)\|}, \frac{\dot{\mathbf{q}}(t_1)}{\|\dot{\mathbf{q}}(t_1)\|} \right) \quad (10)$$

알고리즘 2에 의하여 직교 행렬  $R_0, R_1$ 의 오일러 매개변수들  $\mathbf{d}_0 = (d_{0,0}, d_{0,1}, d_{0,2}, d_{0,3})$ 와  $\mathbf{d}_1 = (d_{1,0}, d_{1,1}, d_{1,2}, d_{1,3})$ 을 계산하고, 이때, 매개변수들의 범위는  $(\mathbf{d}_0, \mathbf{d}_1) \geq 0$  와 같이 나타난다. 매개변수  $t = t_0, t_1$ 에서 RMC의 회전 스프라인 곡선의 기울기 벡터  $\vec{w}_0$ 와  $\vec{w}_1$ 는 식 (9)에 의하여 계산되고, 계산 결과는 알고리즘 3에  $C^1$  허미트 경계 구간  $(R_0, \vec{w}_0)$ 와  $(R_1, \vec{w}_1)$ 에 적용시킨다. 따라서 구간 매개변수  $\tau \in [0, 1]$ 를 가지는 직교행렬의 분수식 자유형태 변형 곡선 표현식은 식 (11)과 같이 나타낸다.

$$R(t_0 + T\Delta t) = \sum_{i=0}^6 A_i H_i^6(\tau) \quad (11)$$

이때, 표준 기저 다항식을 가지는  $B_i^6(\tau)$ 는 분수식 기저함수로서 다음 식 (12)와 같이 나타낸다.

$$H_i^6(\tau) = w_i B_i^6(\tau) / \sum_{j=0}^6 (\tau) w_j B_j^6(\tau), i=0, \dots, 6 \quad (12)$$

이때, 3차 오일러 매개변수들인  $\mathbf{d}(\tau)$ 를 선택할 경우, 본 논문에서는 차수 6의 직교행렬을 보간하는 오일러의 공식 식 (5)에 의하여 계산할 수 있다. 보간된 점들의 가중치는  $w_0, \dots, w_6$ 로 계수행렬  $A_0, \dots, A_6$ 들로 나타낸다. 그러므로 쿼터니언으로 표현된 회전 곡선에 대한 공식으로  $t = t_0$ 와  $t = t_1$ 에서 주어진 자유형태 변형곡선인  $C^1$ 데이터를 보간 하여 쉽고 간단하게 나타낼 수 있다. 또한, 알고리즘 3에 의하여 변형된 점들의 가중치는  $w_0 = w_1 = w_5 = w_6 = 1$ 로 나타난다. 그외에 나머지 가중치를 역시, 거의 1에 근사하게 된다. 따라서 매개변수화된 회전 곡선의 기울기 벡터는 동일분포로 나타내게 된다. 단, 분수식 기저함수의 분모가 제곱근화 된 오일러 매개변수들의 함으로 정수값을 나타내야 한다. 본 논문은 위에서 설명된 가중치  $w_0, \dots, w_6$ 로 차수 6의 분수식 자유형태 변형 곡선 식 (13)에서 근

사한 회전곡선 세그먼트들로 변환시킨다.

$$\mathbf{u}(t_0 + \tau dt) = \sum_{i=0}^6 \mathbf{b}_i H_i^6(\tau) \quad (13)$$

이때 제어점들  $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_5, \mathbf{b}_6$  은  $C^1$  경계 조건들로부터 계산된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t_0) &= \mathbf{q}(t_0) & \dot{\mathbf{u}}(t_0) &= \dot{\mathbf{q}}(t_0) \\ \mathbf{u}(t_1) &= \mathbf{q}(t_1) & \dot{\mathbf{u}}(t_1) &= \dot{\mathbf{q}}(t_1) \end{aligned} \quad (14)$$

나머지 내부 제어점들은 초기 회전곡선과 회전곡선의 근사값 간에 다른  $L^2$  노름을 최적화 시킴으로서 식 (15)에 의하여 계산된다.

$$F(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4) = \int_{t_0}^{t_1} \|\mathbf{u}(t) - \mathbf{q}(t)\|^2 dt \quad (15)$$

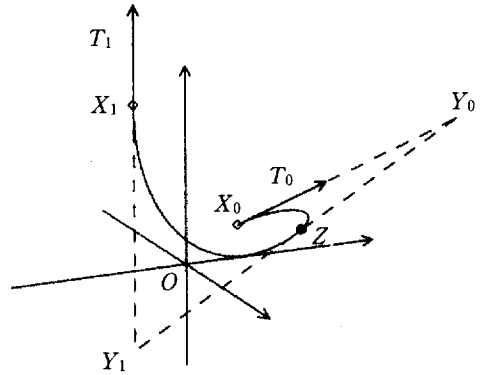
식 (17)은 선형방정식의  $3 \times 3$  형태로 계산된다. 따라서, 본 논문은 회전 곡선의 세그먼트인 RMC를 근사화하는 차수 6의 분수식 변형을 다음 식, 16과 같이 나타낼 수 있다.

$$M(t_0 + \tau dt) = \left( \begin{array}{c|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline b_i & & & A_i \end{array} \right) \quad (16)$$

식 (18)은  $t=t_0$ 와  $t=t_1$ 에서 연속인  $C^1$  경계조건들을 만족한다. 그러므로, RMC를 보다 정확한 근사값으로 생성하기 위하여 어떤 절점  $(t_i)_{i=0, \dots, m}$ 으로서,  $t \in [t_i, t_{i+1}]$  범위 상에 회전 곡선에서 더 작은 세그먼트를 분할시킬 수 있다. 앞에서 설명된 구조는 각각의 세그먼트들에 적용된다. 따라서, RMC를 근사화하는 차수 6의 분수식  $C^1$  변형을 계산한다.

최근 응용분야에서 단지 회전 곡선의 RMC가 효과적이지 못하는 경우가 있다. 그 이유는 스위핑 곡면은 프로파일 곡선의 어떤 주어진 위치에 의하여 결정되기 때문이다. 결과적으로 RMC 스위핑을 가지는 닫힌 곡면에 모델은 일반적으로 생성하기 어렵기 때문이다.

이들 문제를 해결하기 위하여 본 논문은 RMC 매칭 방법을 제안한다. 회전 곡선에 의하여 본 논문은 프로파일 곡선의 위치가  $\mathbf{q}(t_0), \dots, \mathbf{q}(t_m)$ 에서 생성되고, 또한 이러한 위치는 회전 곡선의 프레임이라고 가정한다. 즉, 이동좌표계의 z축은 곡선의 접선으로서 동일한



(그림 2) 공간 회전 곡선 세그먼트의 보간  $\{X_0, X_1, T_0, T_1\}$

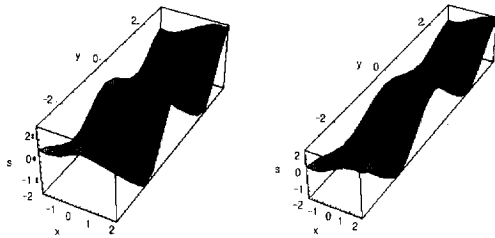
방향을 가진다. 이러한 추가적인 가정에 의하여, 각 곡선의 위치는 RMC로부터 생성된 위치로서 회전 곡선의 접선 주위를 회전하는 각도  $\beta_j, j=0, \dots, m$ 에 의하여 생성된다. 즉,  $t=t_i$ 에서 프레임의 위치는 직교행렬에 의하여 식 (17)와 같이 나타난다.

$$\left( \begin{array}{c} \vec{v}_j, \frac{\dot{\mathbf{q}}(t_j) \times \vec{v}_j}{\|\dot{\mathbf{q}}(t_j)\|}, \frac{\dot{\mathbf{q}}(t_j)}{\|\dot{\mathbf{q}}(t_j)\|} \end{array} \right) = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \beta_j & -\sin \beta_j & 0 \\ \sin \beta_j & \cos \beta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{= Z(\beta_j)} \quad (17)$$

함수  $\beta = \beta(t)$ 를 구하기 위하여 본 논문은 절점들  $(t_j)_{j=0, \dots, m}$ 를 가지는 자연스런 3차 스플라인으로 주어진 각도  $\beta_j$ 를 보간한다. 닫힌 곡면들(폐 곡면)에 모델링을 위하여 주기적인 스플라인들을 대신 사용한다. 또한 주어진 위치들을 교체하지 않아도,  $2\pi$ 의 곱에 주어진 각도를 더하는 것이 가능하다. 본 논문은 각도  $\beta_j$ 을 선택함으로써 인접 각도간에 차이점의 절대치는  $2\pi$ 보다 더 작게 나타난다. 분수식 근사방법의 정확도를 높이기 위하여 주어진 각도  $\beta_j$ 와 연관되지 않는 곳에 추가적으로 절점  $t_j$ 에서 초기 연속 절점들을 삽입한다. 이들 각도는 주어진 각도를 보간하는 자연스러운 3차 스플라인으로부터 표본 값으로 계산될 수 있다.

앞에서 설명되었던 허미트 보간구조를 사용할 경우, 본 논문은 6개 분수식의 근사치에서 변형된 RMC를

계산할 수 있다. (그림 3)에 예제는 (그림 2)에서 데이터에 변형된 RMC를 분수식 근사방법으로서 생성된 자유 형태 변형곡면을 나타낸다. 곡면은 차수 (6, 4)의  $3 \times 1$  세그먼트를 가지는 NURBS 패치이다. 앞에서 설명되었던 회전 변형 곡면 구조는 회전 스플라인 곡선의 모양을 이동하는 동안에 향상된 과정을 나타냄으로서 다음 (그림 3)과 같이 나타낼 수 있다.



(그림 3) RMC를 이용한 자유형태 변형곡면

4. RMC를 이용한 매칭 곡면 최적화

RMC 알고리즘에 의해서 생성된 근사함수의 형태는 회전 곡선의 각과 보간함수에 의하여 결정된다. 회전 곡선의 각이 크게 되면, 제어점들의 근접 데이터 집합이 보다 많은 점들을 포함게 된다. 이것은 주어진 점들을 근사화하는 정확도는 떨어지지만, 근사함수의 곡면이 보다 자연스러운 결과를 나타낸다.

반대로, 회전 곡선의 각이 작게될 경우에 제어점들의 근접 데이터 집합의 영역이 줄어들게 된다. 이것은 근사함수의 곡면이 보다 날카로워지지만, 주어진 점들보다 정확히 근사화 되는 형태로 나타나게 된다. 이상에서는 곡면의 자연스러움과 정확성 사이의 관계를 해결하는 방법을 제시한다. 이를 통하여 생성된 보간함수식은 자유형태 곡면을 부드럽게 매칭하고 동시에 주어진 점들을 보다 정확하게 근사화한다.

4.1 회전 변형 곡면

식 (2)에 의하여 동차좌표 벡터  $P \in R$  로서 3차원 공간에 평면 생성이 가능하다. 만약 스칼라 곱  $P^T p$  이 소거된다면, 평면 P에 놓여 있는 한 점 p을 구할 수 있다. 공간 회전  $M=M(t)$ 를 고려하면, 4개의 다항식  $d_0(t), \dots, d_3(t)$ 와 3개의 분수식  $u_1(t), \dots, u_3(t)$ 에 의하여 계산되어 질 수 있다. 이동 좌표계에 평면  $\hat{P}$

의 궤적을 계산하기 위하여 첫 번째로  $M^*$ 을 계산해야 한다. 주어진 초기 함수 혹은 회전 M 둘 중에 하나를 식 4에 적용하여 계산한다. 본 논문은 두 개의 회전식  $M^* = M^*(t)$ 으로서  $M(t)$ 의 제어점 위치를 분석하여 두 개의 제어점과 변형 위치에 대한 근사치를 나타낸다. 만약  $M^*$ 이 NURBS 형태에서 변형되었다면, 회전에 일치하는 제어 위치들은  $M^*$ 의 상수 계수 행렬  $A_i^*$ 로서 나타낼 수 있다. (그림 3)은 표시된 영역 안에 두 개의 제어 위치들을 따라 인접한 영역으로 이동하는 객체의 제어위치를 나타낸다. 제어 위치의 초기 점과 끝점은 변형 곡선의 기울기를 나타내는 양끝 집합에 포함된다. 어떤 매개변수 t에 의하여, 변형된 제어점  $\hat{P}$ 의 위치는 식 (28)과 같이 나타낸다.

$$\hat{P} \mapsto P(t) = M^*(t) \hat{P} \tag{18}$$

$\hat{P}$ 의 모든 위치에 집합은 평면들  $P(t)$ 의 하나의 매개변수 집합으로 생성된다. 향상된 곡면을 둘러싸고 있는 평면의 하나에 매개변수 집합은 일반적으로 매개변수 집합이 꼬인 형태인 곡선  $c(t)$ 의 점 곡면이다. 좋은 결과로 개선되지 않는 경우, 집합  $P(t)$ 는 각각  $c(t)$ 의 두 개의 재 표현과  $P(t)$ 의 복구인 에지  $c(t)$ 로 나타낼 수 있다. 좋은 결과가 아닌 경우, 곡선  $c(t)$ 는 원추형의 원기둥형 혹은 평면 곡면들의 세그먼트들을 포함한다. 이에 대한 알고리즘은 다음과 같다.

Algorithm 5.

$$A \times B \times C = \left( \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}, - \begin{bmatrix} a_0 & b_0 & c_0 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_0 & b_0 & c_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}, - \begin{bmatrix} a_0 & b_0 & c_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{bmatrix} \right)$$

Computation of the line of regression  $c(t)$  of a piece-wise rational one parameter set of planes  $P(t)$ .

INPUT : NURBS representation of  $P(t)$ ;  
Convert  $P(t)$  into Bezier spline form by repeated knot insertion, this results in N Bezier segments.  
OUTPUT : NURBS representation of  $c(t)$

$$P^i(\tau) = \sum_{j=0}^n B_j^n(\tau) Q_j^i, \quad j=0, \dots, N-1 \text{ of degree } n.$$

for i from 0 to N-1 do  
 for j from 0 to n do

$$d_j^i = \binom{6(n-1)}{j}^{-1} \sum_{a+b+c=j} \binom{2(n-1)}{a} \binom{2(n-1)}{a} \times \binom{2(n-1)}{c} ;$$

$$Q_a^i \times Q_b^i \times Q_c^i$$

$$c^i(T) = \sum_{j=0}^{6(n-1)} B_j^{6(n-1)}(T) d_j^i ;$$

The exterior product of the vectors  $Q_a^i$ ,

$Q_b^i$ ,  $Q_c^i$  is defined by Collect all segments in a single NURBS curve  $c(t)$  and remove all redundant knots;

결과적으로  $P_{\omega}(t)$ 는 모든  $t$ 에 대하여  $z$ 축과 평행하다. 또한,  $P_{\omega}$ 에서 정점  $o=(0\ 0\ 0\ 1)^T$ 에 거리는 상수  $r$ 과 일치한다. 그러므로  $P_{\omega}(t)$ 는 회전 실린더의 두 개에 재 표현이다. 이와 같은 실린더의 축은 좌표계인  $z$ 축이다. 유사한 방법으로 다음과 같이 정점  $o=(0\ 0\ 0\ 1)^T$ 와 축의 방향  $(0\ 0\ 1)^T$  그리고 열린 각도  $2\alpha$ 로서 원뿔의 두 개에 재 표현에 설명으로 다음 식 (19)과 같다.

$$P_{\omega}(t) = (0\ \cos(t)\ \sin(t)\ -\tan(\alpha))^T \quad (19)$$

꼬인 형태 곡선의 두 개에 재 표현은 개선된 곡면 설계로 기존의 관련연구[15,16,17]에 의하여 연구되어졌다. NURBS 경우에  $P(t)$  집합은 각각  $P(t)$ 의 복귀하는 선(복구 예지)  $c(t)$ 를 구하기 위한 간단한 방법은 카스텔조 알고리즘에 각각의 세그먼트를 변환하여 적용하고  $P(t)$ 의 NURBS 표현에서 분수식 부분들을 분할시킨다. 이와 같은 처리과정은 알고리즘 5에 나타나 있다. 유사한 방법은 분수식 motion의 제어 위치를 계산하기 위하여 기존 연구[7]를 이용한다. 따라서 두 가지 방법 중 하나를 선택하여 B-spline 기저함수에 대한 식을 생성하는데 효과적으로 사용할 수 있다. 그러나 B-spline 기저함수에 대한 계산이 복잡할 경우, 해결방법은 근사 보간법을 사용하여 해결할 수 있다. 알고리즘 5가  $P(t)$ 의 모든 세그먼트들이 꼬인 형태의 곡선들에 대한 접선평면이라는 가정으로서 안정된 생성을 위하여 각각의 세그먼트들에 대한 결과가 좋지

않은 경우를 검사해야 한다. 또한, 복구 예지  $c(t)$ 의 선과 동일한 두 개의 재 표현  $P(t)$ 가 각각 서로 차이가 있음을 나타낸다. 결과적으로 알고리즘 6은  $P(t)$ 로부터  $c(t)$ 를 계산하는데 이용된다. 이 방법은 입력 방법으로  $c(t)$ 를 알고리즘의 함수식으로 호출하여 동일한 출력인  $P(t)$ 를 계산한다.

**Algorithm 6.** Rotation-Minimizing Curved Surface

**Input :** A set of data points to be fitted, curvature and weight points of the data point set, an error margin MaxPntErr, and a maximum loop count MaxNumLoop.

**Output :** Rotation-Minimizing Curved Surface specified by the spine curve  $\hat{P}(s)$

**Begin**

Break the data set into segments and sections based on given curvature and weight of the joint points;

For each segment  $D_o$

**Begin**

Compute initial  $\hat{t}_i$  values for each curvature and joint points;

Compute initial  $t_{ij}$  values for all the data points;

Do

Compute  $a_0$  and  $a_1$  for each B-spline curve piece

$Q_i$  from Eqs(16)(17).

Compute  $t_{ij}$  values for each data points from Eq.(11)

Compute Rotation-Minimizing error RotMinErr between

$Ci(j)$  and  $Q_i$  ;

Increase the number of iteration steps

NumLoop ;

Until (RotMinErr < MaxPntErr) or (NumLoop > MaxNumLoop) ;

**End ;**

**End.**

4.2 매칭 곡면의 최적화

일반적으로 한 평면의 이동에 대한 연구가 아닌 하



나 이상의 이동 객체들이 둘러싸인 곡면들에 생성을 나타낼 수 있는 알고리즘이 필요로 된다. 기존의 연구 [7]에서 이동 다면체에 둘러싸인 곡면생성 방법을 나타냈다. 본 논문은 이들 개념을 확장하여 이동 분수식에 개선된 곡면의 둘러싸인 곡면 부분의 계산방법을 제안하였다. 앞장에서 언급했듯이 이와 같은 곡면형태는 회전체인 원뿔과 실린더를 포함한다. 실제 응용분야에서 중요한 연구부분은 잘못 생성된 결과형태의 경우이다. 두 개의 좌표축에서 분수식으로 개선된 곡면을 고려하면 식 (20)과 같다.

$$\hat{P}(s) = \sum_{j=0}^m N_j^m(s) \hat{Q}_j \quad (20)$$

이와 같은 곡면는 이동 공간안에 포함되고, NURBS 표현은  $m+1$  제어평면  $\hat{Q}_j$ 의 집합과 절점 벡터의 조건으로 나타낼 수 있다. 만약  $\hat{P}(s)$ 가 두 개의 재 표현  $M(t)$ 로 분수식 이동  $M(t)$ 에 의하여 움직인다면,  $\hat{P}(s)$ 의 모든 평면들에 위치들을  $s$ 와  $t$ 에 의하여 분수식 평면들의 두 개의 매개변수 집합으로 나타낼 수 있다.

$$P(s, t) = M^*(t) \hat{P}(s) \quad (21)$$

그러므로  $P(s, t)$ 는 텐서 곱 NURBS 곡면  $c(s, t)$ 에 두 개의 재 표현법으로 나타낼 수 있다.  $P(s, t)$ 는 점들인  $c(s, t)$ 을 변환할 수 있는 많은 방법들을 포함하고 있다. 이 방법은  $s$ 와  $t$  방향에서 첫 번째 도함수를 가지는 교차 평면  $P(s, t) |_{s=s_0, t=t_0}$ 에 결과로 나타난다. 즉, 다음 식 (22)와 같다.

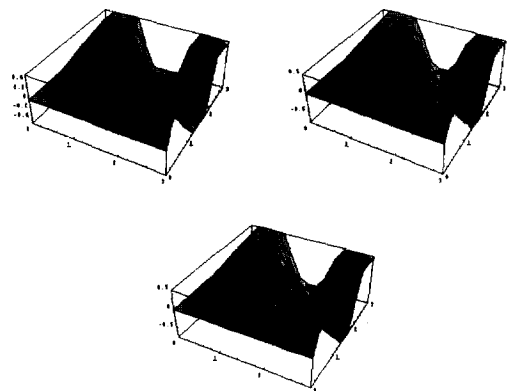
$$\frac{\partial}{\partial s} P(s, t) |_{s=s_0, t=t_0}, \frac{\partial}{\partial t} P(s, t) |_{s=s_0, t=t_0} \quad (22)$$

이와 같은 방법으로 알고리즘 5를 분석하면, 첫 번째로  $P(s, t)$ 에서 텐서 곱 Bezier 패치들의 배열들을 변환 시켜야 한다. 모든 결과에 의한 Bezier 패치들을 하나의 집합으로 한 후, 간단한 텐서 곱 NURBS 패치들과 남아 있는 모든 절점들을 삭제하여 하나의 집합으로 생성하여야 한다. 또한  $P(s, t)$ 는  $s$ 와  $t$  방향에서 알고리즘 5.을 각각 적용시켜  $c(s, t)$ 에 의하여 곡면 위의 점 형태를 변환시킨다. 그러나 이 방법은 기호적인 계산방법들의 응용을 필요로 한다. 개선된 곡면

$\hat{P}(s)$ 는 무한적으로 확장할 수 있도록 제안되었다. 만약 실린더의 위쪽 원과 아래쪽의 원과 같이 경계들을 표현할 경우, 이동 다각형의 둘러싸인 곡면들을 계산은 식 19.를 이용한다. (그림 4)는 회전 곡선에 의하여 생성된 곡면 패치의 예를 나타낸다. 매개변수  $t$ 가  $t=t_0$ 에 고정될 경우, 곡선  $c(s, t_0)$ 는  $t$ 에 둘러싸여 교차하게 되는 이동 곡면들에 모든 점들을 포함한다. 이러한 곡선은 시간 상수  $t_0$ 에서 이동 곡면의 위치에 특징적인 곡선이라 한다.

$$P_{t_0}(s) = M^*(t) \hat{P}(s) \quad (23)$$

비록, 이와 같은 계산방법이 효과적이라 할지라도, 상대적으로 텐서 곱 NURBS 생성에 높은 차수를 이끌어 낸다. 결과로 나타난 원기둥은 차수 (6, 2)의 두 개의 텐서 곱 곡면들을 생성하게 되고, 초기에 나타난 구조로 차수 6의 분수식 이동에 영향을 받는다. 이러한 곡면에서 정구 텐서 곱 NURBS 곡면이 차수 (16, 4)를 증가시킬 수 있다. 이를 해결하기 위한 방법은 구간 Coons 곡면과 같은 패치들을 근사하여 결과로 나타난 곡면을 계산하는 것이다. 또한 점 평면에 대한 값은  $P(s, t)$ 로부터 얻을 수 있다. 따라서 (그림 4)는 자유형태 곡면을 Bezier 패치에서 RMC를 사용하여 변형된 예이다. 초기곡면을 회전곡선의 가중치와 곡률을 계산한 후 변형 매칭하여도 적은 수의 제어점에도 더 부드러운 결과를 나타낼 수 있다. 따라서 곡면상의 점들은 기존연구에서 제안한 방법보다 더 효과적으로 사용될 수 있다.



(그림 4) Bezier 패치를 RMC를 이용하여 변형된 자유형태 곡면의 예

### 5. 실험 결과 및 분석

주어진 회전 스플라인 곡선은 동일 현에 두 호들로 구성되고  $C^1$ 의 성질을 가지는 두 호의 회전곡선에 의하여 자유형태 변형 곡면을 생성할 수 있다. 회전 스플라인 곡선 세그먼트들로 구성된 초기 회전 곡선의 RMC를 근사하여 나타낼 수 있고, 회전 중심은 호의 세그먼트들로 나타낸다.

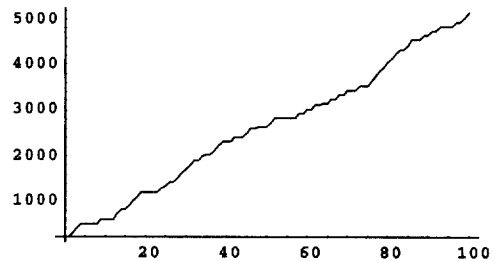
결과적으로 스위핑 곡면은 회전 스플라인 곡선에 세그먼트들에 의하여 근사 보관되어 나타난다. 원 호의 NURBS 표현으로서 RMC를 근사하는 2차 분수식은 간단하게 나타낼 수 있다.

〈표 5.1〉 Bezier/B-spline 곡면의 매칭 측정 결과

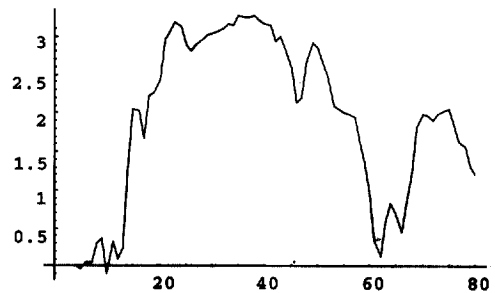
	Segments		Averages Arc length	
	Cubic	Linear	Cubic	Linear
Two rational bicubic Bezier Surface	19	27	0.232	0.186
	30	75	0.193	0.109
	50	110	0.099	0.078
	65	233	0.058	0.045
	92	331	0.015	0.013
Two rational bicubic B-spline Surface	25	56	0.344	0.221
	45	92	0.236	0.175
	60	186	0.085	0.078
	75	255	0.043	0.023
	95	545	0.028	0.007

이와같은 방법은 근접 원 호들의 회전방향이 서로 다를 수 있으며  $C^0$  연속성을 가진다. 그러나 이 방법은 일반적인 회전 변형 곡선에 대한 표준방법은 아니다. 본 논문에서는 두 호 구조와 분수식 근사방법을 비교하기 위하여 회전 곡선에 RMC를 근사하는 두 호를 계산한다. 따라서 본 논문에서는 12개의 원 호들로 구성된 두 호의 회전곡선을 이용하여 (그림 5)와 같은 결과를 나타낸다. 이 방법은 단지 4개 세그먼트들로 근사하는 방법으로서 유사한 데이터 양을 가지는 변형 매칭 곡면을 계산한다. 두 호 근사방법을 사용할 경우, 점의 개적은  $12 \cdot 2 + 1 = 25$ 개의 제어점들로 나타난다. 분수식 근사방법도 역시,  $4 \cdot 6 + 1 = 25$ 개로 나타난다. 여기서, 각 세그먼트들의 경계 제어점들은 단지 한번만 계산하면 된다. (그림 5)는 RMC를 정확하게 근사하여 나타낸 것이다. 두 호 근사방법과 정확한 계산의 RMC의 각 속도 벡터는 주어진 회전 곡선을 따라 나타난다. 두 호 각 속도의 방향은 각 원 세그먼트에 일정하다. 그러나 길이는 다양한 2차 NURBS로 나타낼

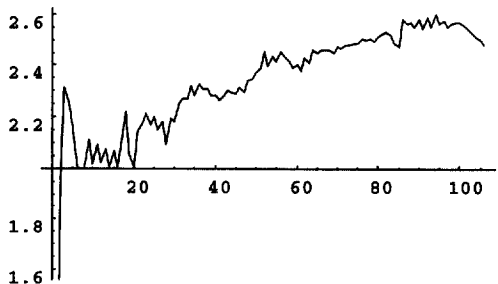
수 있다. 만약, 많은 수의 원 세그먼트가 상대적으로 큰 값을 가진다면, 정확한 각 속도와 두 호 근사값 간에 큰 차이를 나타내게 된다. 또한,  $C^1$  motion으로 나타나는 두 호 근사방법으로 정확하게 보여질 수 있다 (계산되어 질 수 있다). 회전 곡선을 근사하는 정확도는  $\mathbf{b}(t)$ 가 두 호 근사값인 거리 함수  $\|\mathbf{b}(t) - \mathbf{a}(t)\|$ 로 계산은 (그림 6), (그림 7)과 같이 나타나고, 이와 같은 결과는 다시 매개변수화 거리 함수로 표시된다.



(그림 5) 분산 데이터의 수와 회전 각에 의한 스플라인 변형 제어점

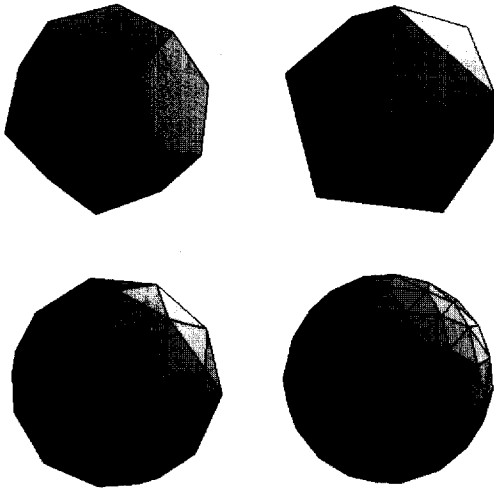


(그림 6) 회전 스플라인 곡선의 변형 제어점의 수와 곡률



(그림 7) 두 호의 근사값과 회전 스플라인 곡선의 변형 제어점의 최소 오차거리

그럼에도 불구하고 분수식 근사 구조에 대하여 0.0002와 비교하여  $\approx 0.15$  정도로 나타낼 수 있는 (그림 8)과 같이 최소 거리오차가 계산된다. 두 번째 예제로서, 분수식과 두 호 구조 모두는 나선 세그먼트의 RMC로 근사된다. 분수식 근사방법과 정확한 RMC의 각 속도간에 비교 그리고 매개변수화된 거리 오차 함수들로서 생성된  $2 \times 1$  세그먼트들에 스위핑 곡면을 나타낸다. 회전 스플라인 곡선은 차수 6의 두 세그먼트로 구성된다. 즉 6개 원 호 세그먼트들로서, 두 호 세그먼트와 두 호 근사값을 비교한 결과, 분수식과 두 호 근사 모두는 유사한 데이터 양을 가짐을 나타낸다. 분수식 근사방법은 구간 보다 두 호에 더 유용하게 사용된다. 분수식 구조인 경우, 회전 곡선에 의한 거리오차는 수치적인 여러 값에 대한 정렬된 값으로 나타난다.



(그림 8) 자유형태 곡면 변형매칭 결과

따라서 분수식 근사방법은 RMC의 높은 성능을 나타낸다. 정확한  $C^1$  motion를 만들어 내는 두 호 구조와 동일하지 않도록 회전 곡선의 점 평면에 결합하지 않는 프로파일 곡선을 부드러운 곡면으로 생성한다.

## 6. 결 론

매칭방법은 기하 및 입체 모델링에서 재단 곡면과 이들에 대한 부울 연산에 사용되는 기초적인 연산이

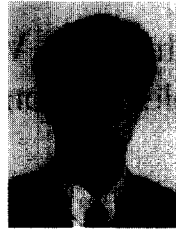
다. 그러나 매칭 연산은 부드러움을 정확하게 표현하는데 고 차수의 미분계수 제약조건으로 인하여 많은 계산량이 필요할 뿐만 아니라 곡면상의 여러 점을 동시에 선택하여 이동하였을 때, 곡면 표현에 사용되는 복잡한 함수식으로 인하여 일반해를 구하기 어려운 단점을 가진다.

본 논문은 분수식에 의하여 RMC(Ration-Minimizing Curve)을 정의하고 이를 이용하여 자유 형태 곡면간에 변형 매칭방법을 제안한다. RMC는 매칭 곡선과 곡면의 접선벡터, 회전벡터, 곡률의 변화율과 같은 기하학적 기법을 기반으로 한다. 제안한 방법은 입력으로 주어지는 곡면의 기하적 복잡도와는 무관하게 매칭을 수행할 수 있으며 수행 성능은 계산된 매칭 곡선의 복잡도에 의해서만 좌우된다. 또한 곡선 표현에 사용된 값들을 정의된 매칭 곡선식에 그대로 적용할 수 있으므로 최적화 응용 문제에 효율적으로 적용할 수 있다.

## 참 고 문 헌

- [1] Alt, H., Behrends, B. and Blomer, J., "Approximate Matching of Polygonal Shapes," 7th ACM Symposium on Computational Geometry, 1991, pp.186-193, 1991.
- [2] Besl, P., "The Free-form Surface Matching Problem," In H.Freeman, editor, Machine Vision for Three-Dimensional Scenes, Academic, New York, pp.25-69, 1990.
- [3] Brunnstrom, K and Stoddard, A. J., "Genetic algorithm for free-form surface matching," CVAP181, Tech. Rep., Oct, 1995.
- [4] Coque, H. G., "Extended Free-form deformation : A sculpturing tool for 3D geometric modeling," ACM SIGGRAPH Conference Proceeding 24, 4, pp. 187-196, 1990.
- [5] Elber, G., "Metamorphosis of Free-form curves and surface," Computer Graphics International, 1995, 14(1), pp.25-34, 1995.
- [6] Farin, Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design : A Practical Guide, 3rd ed., Academic Press, San Diego, CA. 1993.
- [7] Juttler, B, Wanger, MG, "Computer aided design with spatial rational B-spline motions," ASME J.

- Mech. Design, 118, pp.193-201, 1996.
- [8] Kim, M. J., Kim, M. S., and Shin, S., "A  $C^2$ -Continuous B-spline Quaternion Curve Interpolation a Given Sequence of Solid Orientations," Proc. of Computer Animation '95, Geneva, Switzerland, 19-21, pp.72-81, April, 1995.
- [9] Kim, M. J., Kim, M. S., and Shin, S., "A General Construction Scheme for Unit Quaternion Curves with Simple High Order Derivatives," Proc. of SIGGRAPH '95, Los Angeles, California, USA, pp. 369-376, August 6-11, 1995.
- [10] Kim, M. S., and Nam, K. W., "Interpolating Solid Orientations with Circular Blending Quaternion Curves," Computer-Aided Design, Vol.27, No.5, pp. 385-398, 1995.
- [11] Klok F., "Two moving coordinate frames for sweeping along a 3D trajectory," Comput. Aided Geom. Design, 3, pp.217-229, 1986.
- [12] Ma, W. and Kruth, J. p., "Parameterization of Randomly Measured Points for Least squares Fitting of B-spline Curves and Surfaces," Comput.-Aided Des, 27(9), pp.663-675, 1995.
- [13] Park, F. C., and Ravani, B., "Smooth Invariant Interpolation of Rotation," ACM Transactions on Graphics, Vol.16, No.3, pp.277-295, 1997.
- [14] Pletinckx, D., "Quaternion Calculus as a Basic Tool in Computer Graphics," The Visual Computer, Vol. 5, No.1, pp.2-13, 1989.
- [15] Shoemake, K., "Animating Rotation with Quaternion Curves," Computer Graphics, Proc. of SIGGRAPH '95, Vol.19, No.3, pp.245-254, 1995.
- [16] Sarkar, B. and Menq, C. H., "Parameter optimization in approximation curves and surfaces to measurement data," Comput. Aided Geom. Des., pp. 267-290, August, 1992.
- [17] Tiller, "Rational B-Splines for curve and surface representation," IEEE Computer Graphics & Applications 3, pp.61-69, 1993.
- [18] Wagner, MG, Ravani, B., "Curves with rational Frenet-Serret motion," Comput. Aided Geom. Design, 15, pp.79-101, 1997.
- [19] Wang, W, Joe B., "Robust computation of the RMF for sweep surface modeling," Comput. Aided Desing, 29, pp.379-391, 1997.



**박 철 호**

e-mail : [cgpark@doowon.ac.kr](mailto:cgpark@doowon.ac.kr)

1992년 광운대학교 이과대학  
(이학사)

1994년 광운대학교 대학원 전자  
계산학과(이학석사)

1999년 광운대학교 대학원 전자  
계산학과(이학박사)

1999년~현재 두원공과대학 컴퓨터그래픽스과 전임강사  
관심분야 : 컴퓨터그래픽스, 멀티미디어 시스템, 계산기  
하학, 이미지 처리 등